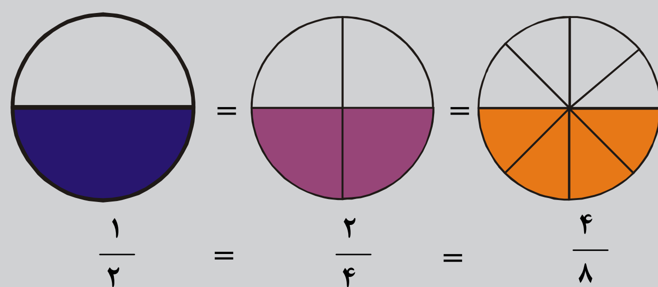


وزارت معارف

ریاضی

صنف پنجم



$\frac{۱}{۲} = \frac{۲}{۴} = \frac{۴}{۸}$

سال چاپ: ۱۳۹۸ هـ. ش.



سرود ملی

دا وطن افغانستـــان دی
کور د سـولې کور د تورې
دا وطن د ټولو کـور دی
د پښتـون او هـزاره وو
ورسره عرب، گوجـر دي
براهوي دي، قزلباش دي
دا هېـواد بـه تل ځلېږي
په سینـه کـې د آسیـا به
نـوم د حق مو دی رهبـر

دا عـزت د هـر افغان دی
هر بچی یې قهرمـــان دی
د بـلـوڅـو د ازبکـو
د تـرکمنـو د تـاجکـو
پـامیـریان، نـورستانیـان
هـم ایمـاق، هم پشه یان
لکـه لمـر پر شنـه آسمان
لکـه زړه وي جـاویـدان
وایـو الله اکبر وایو الله اکبر

بسم الله الرحمن الرحیم



وزارت معارف

ریاضی

صنف پنجم

سال چاپ: ۱۳۹۸ هـ.ش.

مشخصات کتاب

مضمون: ریاضی

مؤلفان: گروه مؤلفان کتاب‌های درسی دیپارتمنت ریاضی نصاب تعلیمی

ویراستاران: اعضای دیپارتمنت ویراستاری و ایدیت زبان دری

صنف: پنجم

زبان متن: دری

انکشاف‌دهنده: ریاست عمومی انکشاف نصاب تعلیمی و تألیف کتب درسی

ناشر: ریاست ارتباط و آگاهی عامهٔ وزارت معارف

سال چاپ: ۱۳۹۸ هجری شمسی

ایمیل آدرس: curriculum@moe.gov.af

پیام وزیر معارف

اقرأ باسم ربک

سپاس و حمد بیکران آفریدگار یکتایی را که بر ما هستی بخشید و ما را از نعمت بزرگ خواندن و نوشتن برخوردار ساخت، و درود بی‌پایان بر رسول خاتم- حضرت محمد مصطفی ﷺ که نخستین پیام الهی بر ایشان «خواندن» است.

چنانچه بر همه‌گان هویداست، سال ۱۳۹۷ خورشیدی، به نام سال معارف مسمی گردید. بدین ملحوظ نظام تعلیم و تربیت در کشور عزیز ما شاهد تحولات و تغییرات بنیادینی در عرصه‌های مختلف خواهد بود؛ معلم، متعلم، کتاب، مکتب، اداره و شوراهای والدین، از عناصر شش‌گانه و اساسی نظام معارف افغانستان به شمار می‌روند که در توسعه و انکشاف آموزش و پرورش کشور نقش مهمی را ایفا می‌نمایند. در چنین برهه سرنوشت‌ساز، رهبری و خانوادهٔ بزرگ معارف افغانستان، متعهد به ایجاد تحول بنیادی در روند رشد و توسعه نظام معاصر تعلیم و تربیت کشور می‌باشد.

از همین‌رو، اصلاح و انکشاف نصاب تعلیمی از اولویت‌های مهم وزارت معارف پنداشته می‌شود. در همین راستا، توجه به کیفیت، محتوا و فرایند توزیع کتاب‌های درسی در مکاتب، مدارس و سایر نهادهای تعلیمی دولتی و خصوصی در صدر برنامه‌های وزارت معارف قرار دارد. ما باور داریم، بدون داشتن کتاب درسی باکیفیت، به اهداف پایدار تعلیمی در کشور دست نخواهیم یافت.

برای دستیابی به اهداف ذکرشده و نیل به یک نظام آموزشی کارآمد، از آموزگاران و مدرسان دلسوز و مدیران فرهیخته به‌عنوان تربیت کننده‌گان نسل آینده، در سراسر کشور احترامانه تقاضا می‌گردد تا در روند آموزش این کتاب درسی و انتقال محتوای آن به فرزندان عزیز ما، از هر نوع تلاشی دریغ نورزیده و در تربیت و پرورش نسل فعال و آگاه با ارزش‌های دینی، ملی و تفکر انتقادی بکوشند. هر روز علاوه بر تجدید تعهد و حس مسؤولیت پذیری، با این نیت تدریس راآغاز کنند، که در آیندهٔ نزدیک شاگردان عزیز، شهروندان مؤثر، متمدن و معماران افغانستان توسعه یافته و شکوفا خواهند شد.

همچنین از دانش آموزان خوب و دوست داشتنی به مثابه ارزشمندترین سرمایه‌های فردای کشور می‌خواهم تا از فرصت‌ها غافل نبوده و در کمال ادب، احترام و البته کنجکاوی علمی از درس معلمان گرامی استفادهٔ بهتر کنند و خوشه چین دانش و علم استادان گرامی خود باشند.

در پایان، از تمام کارشناسان آموزشی، دانشمندان تعلیم و تربیت و همکاران فنی بخش نصاب تعلیمی کشور که در تهیه و تدوین این کتاب درسی مجدانه شبانه روز تلاش نمودند، ابراز قدردانی کرده و از بارگاه الهی برای آن‌ها در این راه مقدس و انسان‌ساز موفقیت استدعا دارم.

با آرزوی دستیابی به یک نظام معارف معیاری و توسعه یافته، و نیل به یک افغانستان آباد و مترقی دارای شهروندان آزاد، آگاه و مرفه.

دکتور محمد میرویس بلخی

وزیر معارف

فهرست

فصل اول

عملیه‌های جمع و تفریق اعداد چند رقمی

جمع



• اگر در عملیهٔ جمع، ارقام در مرتبه‌ها زیر هم نوشته نشوند، چی مشکلاتی را بار خواهد آورد ؟

جمع اعداد را در صنف‌های قبلی آموخته‌اید و همیشه دیده اید که در عملیهٔ جمع رقم یک‌ها زیر یک‌ها، ده‌ها زیر ده‌ها، ... وملیاردها زیر ملیاردها نوشته شده و با هم جمع می گردید.

مانند مثال‌های زیر:

مثال اول

①①①①	
۸ ۶ ۷ ۵ ۴ ۲	← جزءاول جمع
+ ۲ ۴ ۹ ۷ ۶ ۳	← جزءدوم جمع
۱ ۱ ۱ ۷ ۳ ۰ ۵	← حاصل جمع

مثال دوم

①②①①
۴ ۲ ۳ ۸ ۹ ۱
۱ ۸ ۹ ۳ ۲ ۰
+ ۸ ۴ ۱ ۵
۶ ۲ ۱ ۶ ۲ ۶

فعالیت

ارقام اعداد ۸۷۶۴۲۳۱ و ۱۰۷۰۶۴۲ را در جدول زیر به مرتبه‌ها و طبقه‌های مربوطه آن بنویسید.

طبقهٔ یک‌ها			طبقهٔ هزارها			طبقهٔ ملیون‌ها			طبقهٔ ملیاردها		
یک‌ها	ده‌ها	صدها	یک هزارها	ده هزار ها	صد هزارها	ملیون‌ها	ده ملیون‌ها	صد ملیون‌ها	ملیاردها	ده ملیاردها	صد ملیاردها



۱– اعداد زیر را جمع کنید:

	۷۶۰۰۹۳	
۴۰۰۳۰۰۵	۹۰۹۹۰۸	۱۲۷۶۴
۲۵۰۶۸۰	۳۲۵۴۲	۹۰۸۶۵
+ ۱۷۶۴	+ ۱۱۷۰	+ ۱۳۲۶

۲– خانه‌های خالی زیر را با ارقام مناسب پر کنید.

۶ □ ۴ ۳ ۷	۴ □ □ ۷ ۲
+ ۸ ۹ ۶ □ ۸	+ ۱ ۵ ۳ □ ۸
۱ □ ۰ ۱ ۰ ۵	□ ۸ ۴ ۵ ۰

۳– اعداد زیر را با درنظر داشت مرتبه‌ها وطبقه‌ها با هم جمع کنید.

الف) ۳۲۹۶۰۱ و ۲۸۰۶۲

ب) ۱۳۲۵۱ و ۵۰۰۸۹

ج) ۹۰۰۰۶۴ و ۸۷۶۴۲

د) ۶۴۲۵۳۷ و ۶۸۷۵۳

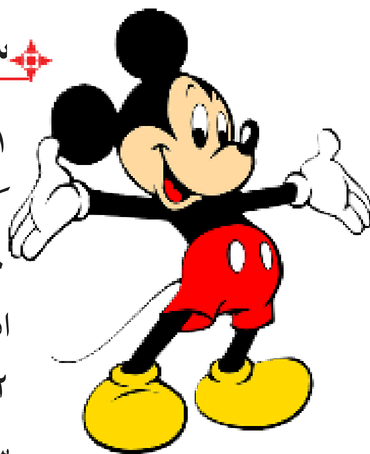


کار خانه‌گی

اعداد زیر را جمع و خانه‌های خالی را با ارقام مناسب پر کنید.

۷ ۶ □ ۰ □ ۵		□ ۱ ۵ □ ۳ ۰
+ ۹ ۰ ۸ ۴ ۷ ۶		+ ۸ ۰ ۸ ۱ ۸ □
□ ۶ □ ۰ ۴ ۸ □		□ ۰ □ ۳ ۲ ۱ ۴

سؤال‌های عبارتی



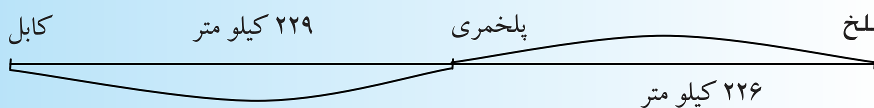
۱- فرهاد یک پایه تلویزیون را به ۸۰۷۰۷۰ افغانی و یک پایه کمپیوتر را به ۷۵۶۰ افغانی و یک عراده موتر سایکل را به ۱۲۳۰۰ افغانی خرید، معلوم کنید که فرهاد در مجموع چند افغانی را خرید نموده است.

۲- اگر طول سرک کندهار الی هرات ۵۸۸ کیلومتر و طول سرک کابل الی کندهار ۵۵۰ کیلومتر باشد، طول سرک کابل الی هرات را معلوم کنید.

۳- اگر نفوس ولایت بلخ ۲۳۴۵۱۳۰ نفر، نفوس ولایت هرات ۱۴۰۷۳۰۲ نفر و نفوس کابل ۳۴۰۰۸۰۰ نفر باشد، مجموع نفوس هر سه ولایت را پیدا کنید.

۴- اگر مصرف سالانهٔ تیل دیزل در ولایت ننگرهار ۸۷۶۴۳۰۰ لیتر، در ولایت بغلان ۶۸۶۴۲۳۵ لیتر و در ولایت کابل ۶۴۳۰۲۰۰۰ لیتر باشد، مجموع مصرف تیل سالانهٔ هر سه ولایت را معلوم کنید.

فعالیت



شکل فوق را در نظر بگیرید؛ سپس برای آن یک عبارت بسازید و فاصله بین کابل و بلخ را معلوم کنید.



کارخانه گی

۴ عدد مسلسل ۴ رقمی را نوشته، بعد از آن حاصل جمع هر ۴ عدد را معلوم کنید.

تفریق



• اگر در عملیهٔ تفریق، ارقام در مرتبه‌ها زیر یکدیگر جا به جا نشوند، نتیجهٔ عملیهٔ تفریق چی خواهد بود ؟

در عملیهٔ تفریق ارزش مقامی اعداد باید در نظر گرفته شود. اعدادی که دارای عین مرتبه‌ها اند زیر یکدیگر قرار گیرند و بعد از آن عملیهٔ تفریق انجام داده شود.

طور زیر:

۴۸۶۷۶۴	۷۰۰۸	۸۴۶	← مفروق منه
۳۸۹۸۵۷ -	۶۸۵۲ -	۳۵۳ -	← مفروق
۹۶۹۰۷	۱۵۶	۴۹۳	← حاصل تفریق

فعالیت

۱- عدد ۷۸۶۴ را با عدد ۹۶۴۳۲ طوری بنویسید که عملیهٔ تفریق انجام شده بتواند؛ سپس مفروق منه، مفروق و حاصل تفریق را نشان دهید.

۲- سؤال‌های زیر را درکتابچه‌های خود حل کنید بعد از آن به سه گروه تقسیم شده حاصل تفریق به دست آمده را در گروه‌ها مقایسه نمایید، ببینید، کسانی که اشتباه نموده اند، اشتباه خود را با همکاری اعضای گروه رفع کنند.

۸۶۴۲۹۱	۹۶۴۳۲۲
۳۱۷۶۲۸ -	۱۴۸۰۸ -

۶۰۱۰۲۳۴	۱۷۶۴۹۷۶۲
۱۸۷۹۳۲۱ -	۸۶۴۲۵۳۱ -

۳– در خانه‌های خالی زیر، یکی از علامت‌های <، > ویا = را مطابق نمونه بنویسید.

۷۶ – ۲۷ [ ] ۸۹ – ۳۶

۱۶۷ – ۶۸ [<] ۳۰۴ – ۲۵

۹۹   ۲۷۹

۷۷۸ – ۶۴ [ ] ۳۷۲۱ – ۸۶۴

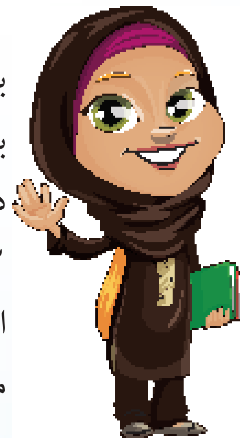
۶۷۴۳ – ۱۵۶۷ [ ] ۱۹۶ – ۲۰

کار خانه گی

۱– اگرمفروق ۸۶۷۴۱۴۶ و مفروق‌منه ۹۱۱۱۱۱۱۱ باشد، حاصل تفریق را به دست آورید.

۲– آیا از عدد کوچک عدد بزرگ را تفریق کرده می‌توانیم؟ اگر نمی توانید چرا؟

سؤال‌های عبارتی



۱–مزمل ۲۷۶۳ افغانی داشت. می‌خواست یک عراده بایسکل بخرد، درصورتی که قیمت یک عراده بایسکل مبلغ (۳۷۲۰) افغانی باشد، مزمل چند افغانی دیگر ضرورت دارد تا بایسکل را خریده بتواند؟

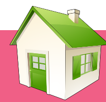
۲–باغبانی از فروش حاصلات باغ خود مبلغ (۱۷۴۴۲۰) افغانی به دست آورد. اگر مبلغ (۹۷۶۴۱) افغانی را مصرف کود، ادویه و بیل نموده باشد، مفاد باغبان مذکور را معلوم کنید.

۳– سرمایهٔ دو نفر تاجر مبلغ ۸۹۷۶۴۲۳۷ افغانی است. اگر سرمایهٔ یک‌نفر

آن مبلغ ۸۷۶۳۲۵۷ افغانی باشد، سرمایهٔ نفر دومی را معلوم کنید.

۴- ملیحه مبلغ (۳۷۸۹۶) افغانی بیشتر از کریمه دارد، اگر کریمه مبلغ (۱۳۲۴۶) افغانی داشته باشد، پول ملیحه را معلوم کنید.

۵- فاروق در اعمار تعمیر خود مبلغ ۳۴۷۶۱۲۰ افغانی مصرف نموده است، اگر تعمیر مذکور را به مبلغ ۲۳۸۴۶۵۰ افغانی بفروشد، معلوم کنید که فاروق چند افغانی نقص کرده است؟



کار خانه‌گی

کدام عدد از عدد ۶۸۹۷۶ کم شود تا عدد ۱۷۸۴۱ باقی بماند؟

امتحان عملیهٔ جمع



- چرا عملیهٔ جمع را امتحان می کنیم؟
- آیا تنها اجرای عملیهٔ جمع، ما را از حل درست سؤال اطمینان می‌دهد؟

به مثال زیر توجه کنید:

۱۶ + ۴ = ۲۰

۲۰ − ۴ = ۱۶

۲۰ − ۱۶ = ۴

از حل مثال فوق چنین نتیجه حاصل می‌شود که:

برای این که بدانیم، عملیهٔ جمع را درست انجام داده ایم یا خیر؟
از حاصل جمع یک جزء جمع را تفریق می کنیم، اگر حاصل تفریق مساوی به جزء دیگر جمع باشد، عملیه صحیح است.

فعالیت

سؤال‌های زیر را جمع نموده بعد از آن امتحان کنید.

۹۷۶۴۰۰۲	۳۴۵۶	۱۲۶	۴۵
+ ۱۰۸۷۵	+ ۱۶۷۵	+ ۲۱۰	+ ۶۵



کار خانه‌گی

بزرگترین عدد دو رقمی را با کوچکترین عدد دو رقمی جمع نمایید و بعد از آن امتحان کنید.

اعداد مقابل را جمع و امتحان کنید.

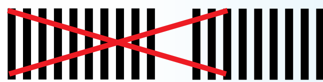
۷۸۹۱۰۲
+ ۱۶۴۰۰۵

امتحان عملیهٔ تفریق



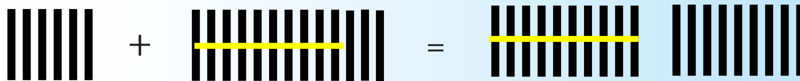
- چطور عملیهٔ اجرا شدهٔ تفریق را امتحان می کنید؟
- با اجرای کدام عملیه می‌توان از حل درست سؤال تفریق مطمین گردید؟

مثال



۱۹ − ۱۳ = ۶

امتحان:



مفروق‌منه   مفروق   حاصل تفریق

۱۹ = ۱۳ + ۶

مفروق   حاصل تفریق   مفروق منه

ویا: ۱۳ = ۱۹ − ۶

از مثال‌های فوق چنین نتیجه حاصل می گردد که:
برای این که بدانیم عملیهٔ تفریق را صحیح انجام داده ایم یا خیر به دو شکل زیر آن را امتحان می کنیم:
۱- حاصل تفریق را با مفروق جمع می‌کنیم، اگر حاصل‌جمع مساوی به مفروق‌منه بود عملیهٔ تفریق صحیح انجام یافته است.
۲- از مفروق‌منه حاصل تفریق را تفریق می کنیم، اگر حاصل تفریق مساوی به مفروق بود عملیهٔ تفریق صحیح انجام یافته است.

فعالیت

سؤال‌های زیر را در گروه‌ها حل و بعد امتحان نمایید:

۱۰۰۰۰۰۰ − ۲۱۲۳۴۹

۶۷۴ − ۱۸۵

۳۵ − ۱۸

۷۶۵۴۳۲۱۳ − ۱۲۳۴۵۶۷

۷۶۴۳۰۱۰۵ − ۹۸۷۰۷۰۶



کار خانه‌گی

سؤال زیر را در کتابچه‌های خود حل و امتحان کنید.

۷۶۴۲
− ۶۸۰۵



تمرین

۱- سؤال‌های زیر را حل و امتحان کنید:

۹۷۶۴۳۲۱
+۱۰۵۰۲۰۸

۶۷۴۳۰۲
+۱۷۸۶۰۰

۱۰۰۰۰۰۰۰۰۰
− ۹۸۷۶۴۲۱

۱۵۱۶۱۷۱۸۰
− ۹۸۷۶۴۲۹۳

۲- خانه‌های خالی را توسط یکی از علامت‌های >، < ویا = خانه پری کنید.

۹۸۹ + ۸۷۶  ۱۹۱۶ − ۱۲۰

۹۹۹۹ − ۶۸۴  ۷۶۴ + ۳۲۵

۴۸۴۲۳ + ۲۰۰۰۰  ۶۸۴۲۳ − ۰

۳- به هر سؤال چهار جواب داده شده است، جواب صحیح آن را در کتابچه‌های خود بنویسید.

اگرمفروق را با حاصل تفریق جمع نمایید چی حاصل می‌شود؟

الف) حاصل جمع   ب) مفروق

ج) مفروق‌منه   د) هیچ کدام

اگر از حاصل جمع، یک جزء جمع تفریق گردد چی حاصل می‌شود؟

الف) مفروق حاصل می‌شود. ب) مفروق‌منه حاصل می‌شود.
ج) حاصل تفریق حاصل می‌شود د) جزء دیگر عملیهٔ جمع حاصل می‌شود.



کار خانه‌گی

سؤال زیر را حل و امتحان کنید.

$$\begin{array}{r} ۸۷۶۴۲۳۰۱ \\ -\quad ۹۸۷۸۹۹۲ \\ \hline \end{array}$$

سؤال‌های عبارتی



۱- در یک باغ ۱۸۶۷۴ اصله نهال سیب غرس گردیده است. نسبت بی پروایی باغبان یک‌تعداد نهال‌ها خشک گردید. اکنون در باغ مذکور ۹۶۷۲ اصله نهال باقی مانده است، معلوم کنید که چند اصله نهال خشک گردیده است؟

۲- کوچکترین عددی را که از ارقام ۶، ۵، ۳ و ۷ به وجود می‌آید، از بزرگترین عددی که از رقم‌های مذکور حاصل می‌شود، تفریق کنید.

۳- کدام عدد از عدد ۷۸۹۶ تفریق شود تا عدد ۳۸۶۴ باقی بماند؟

۴- از چهار رقم ۳، ۴، ۶ و ۵ بزرگترین و کوچکترین عدد چهار رقمی بسازید و یکی را از دیگری تفریق نموده، حاصل تفریق را معلوم کنید.



کار خانه‌گی

اعداد داخل چوکات را پیدا نمایید.

۱۶۷۴۲۳ − ☐ = ۹۷۴۲۳

۹۹۶۸۷۰۰۱− ☐ = ۸۹۰۱۰۱۰۵

خاصیت تبدیلی، اتحادی و صفر در عملیهٔ جمع



- آیا در عملیهٔ جمع، جاهای اجزای آن را تبدیل کرده می‌توانیم؟
- چطور می‌توانیم که بیشتر از دو عدد را با هم جمع کنیم؟

الف) خاصیت تبدیلی در عملیهٔ جمع

به مثال‌های زیر متوجه شوید:

اول:

۱۲+۹=۲۱

یا:

۹+۱۲=۲۱

بنابرآن می‌توانیم بنویسیم که:

۱۲+۹=۹+۱۲=۲۱

دوم:

۳۲۷ + ۸۵ = ۴۱۲

یا:

۸۵ + ۳۲۷ = ۴۱۲

بنابرآن:

۳۲۷ + ۸۵ = ۸۵ + ۳۲۷ = ۴۱۲

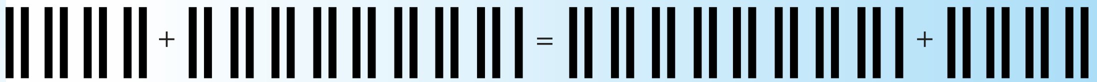
از حل مثال‌های فوق می‌توانیم بنویسیم که:

اگر در یک عملیهٔ جمع جاهای اجزای جمع با یکدیگر تبدیل شود. در

حاصل جمع کدام تغییری به میان نمی‌آید، این خاصیت به نام خاصیت تبدیلی در عملیهٔ جمع نامیده می‌شود.

فعالیت

۱- به رویت شکل زیر افادهٔ جمع را بنویسید و خاصیت تبدیلی را در آن تطبیق کنید.



۲- با استفاده از خاصیت تبدیلی در عملیهٔ جمع، در جاهای خالی اعداد مناسب را بنویسید.

۳۱۵ + □ = □ + ۷۶۳ ، □ + ۶۸ = ۶۸ + ۶۵۹

□ + ۲۱۵ = □ + ۸۹۸ ، ۹۸ + □ = ۳۲۸ + □



کار خانه‌گی

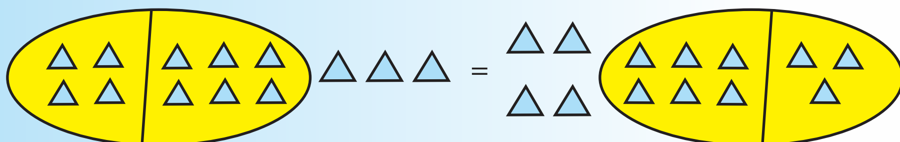
سؤال‌های زیر را در کتابچه‌های خود نقل و با در نظر داشت خاصیت تبدیلی جمع، خانه‌های خالی را با اعداد مناسب پر کنید.

□ + ۳۱۲ = □ + ۶۲۷

۱۳۶ + □ = ۳۲۷ + □

 ب) خاصیت اتحادی در عملیهٔ جمع

۱- به شکل زیرمتوجه شوید:



حل:

$$(۴+۶)+۳ = ۴+(۶+۳)$$
$$۱۰+۳ = ۴+۹$$
$$۱۳ = ۱۳$$

مثال حل شدهٔ بالا را چنین نیز نوشته می‌توانیم:

$$(۴+۳)+۶ = ۷+۶ = ۱۳$$

۲- می‌خواهیم اعداد ۵، ۶ و ۱۴ را با هم جمع کنیم.

$$۱۴+(۶+۵) = ۶+(۱۴+۵) = ۵+(۱۴+۶)$$
$$۱۴+۱۱ = ۶+۱۹ = ۵+۲۰$$
$$۲۵ = ۲۵ = ۲۵$$

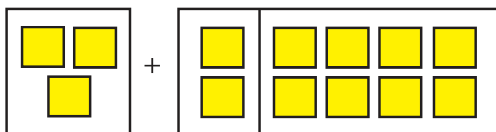
۳- می‌خواهیم اعداد ۶۷، ۸۵ و ۱۰۲ را با هم جمع کنیم.

$$(۶۷+۸۵)+۱۰۲ = ۶۷+(۸۵+۱۰۲) = ۸۵+(۶۷+۱۰۲)$$
$$۱۵۲+۱۰۲ = ۶۷+۱۸۷ = ۸۵+۱۶۹$$
$$۲۵۴ = ۲۵۴ = ۲۵۴$$

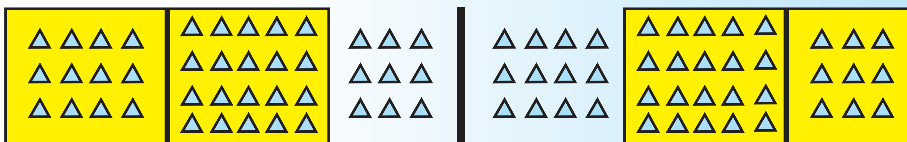
از حل مثال‌های فوق نتیجهٔ زیر را بیان کرده می‌توانیم:
اگر در عملیهٔ جمع، اجزای جمع زیادتر از دو جزء باشند، می‌توانیم طور دلخواه هر دو عدد را با هم جمع کرده، بعد حاصل جمع را با جزء دیگر جمع، جمع نماییم، این خاصیت را در عملیه جمع خاصیت اتحادی جمع می گویند.

فعالیت

۱- افادهٔ شکل‌های زیر را نوشته و خاصیت اتحادی را درآن تطبیق نمایید.



۲ــ با در نظرداشت خاصیت اتحادی در عملیهٔ جمع و استفاده از اشکال زیر، افادهٔ آن‌ها را ترتیب داده، ساده بسازید.



۳ـ افادهٔ اتحادی زیر را در شکل نشان دهید.

$$(۴ + ۵) + ۶ = ۴ + (۵ + ۶)$$



کار خانه گی

با درنظرداشت خاصیت اتحادی در عملیهٔ جمع، در جاهای خالی اعداد مناسب را بنویسید.

۵۲۴ + (۱۲۷ + ☐) = (☐ + ☐) + ۳۵۳

(☐ + ۴۳۷۲) + ۶۷۲۱ = ۲۴۳ + (☐ + ☐)



ج) خاصیت صفر در عملیهٔ جمع

به مثال‌های زیر توجه کنید:

۳۲۷ + ۰ = ۳۲۷ ، ۰ + ۱۷ = ۱۷

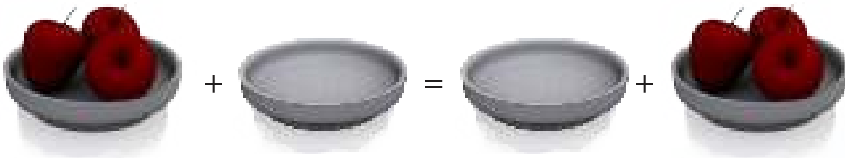
۰ + ۶۲۴ = ۶۲۴ ، ۹۵ + ۰ = ۹۵

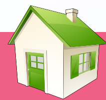
با توجه به مثال‌های فوق می‌توانیم بنویسیم که:

هرگاه صفر را با یک عدد و یا یک عدد را با صفر جمع کنیم، حاصل جمع خود همان عدد است و این خاصیت را، خاصیت صفر در عملیهٔ جمع می‌گویند.

فعالیت

شکل‌های زیر را به دقت ببینید و افادهٔ آن را بنویسید.





کار خانه‌گی

سؤال‌های زیر را در کتابچه‌های خود حل کنید.

۱) ☐ + ۲۱۵ = ۲۱۵

۲) ۵۸۷ + ☐ = ۵۸۷

۳) ۳۲۸ + ۰ = ☐



تمرین

۱- درجاهای خالی سؤال‌های زیر، اعداد مناسب را بنویسید.

$(۲۰ + \square) + ۶۲ = \square + (۳۸ + ۶۲)$

$(\square + ۴۳) + ۱۷ = ۳۵ + (۴۳ + \square)$

$(\square + ۵۳) + ۹۱ = ۲۸ + (۵۳ + \square)$

$(۸۸ + ۹۳) + \square = ۸۸ + (\square + ۶۸)$

$(۳۲۵ + \square) + ۲۱۵ = ۳۲۵ + (۴۳ + \square)$

۲- با در نظرداشت خاصیت اتحادی در عملیهٔ جمع، از روی اشکال زیر، افادهٔ آن را ترتیب و حل کنید.



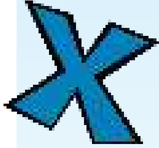
۳- با در نظرداشت خاصیت اتحادی در عملیهٔ جمع، افاده‌های داده شدهٔ زیر را در شکل نشان دهید.

$(۶ + ۷) + ۴ = ۶ + (۷ + ۴)$

$۳ + (۷ + ۲) = (۳ + ۷) + ۲$

فصل دوم

عملیه‌های ضرب، تقسیم و خواص عملیهٔ ضرب



۱- ضرب

• چه وقت عملیه ضرب را به کار می‌بریم؟

• ضرب اعداد چند رقمی به اعداد چند رقمی را چگونه به دست می آورید؟

به مثال‌های زیر توجه کنید:

مثال اول: مرحلهٔ (۱)، رقم یک‌های جزء دوم ضرب را ضرب تمام ارقام جزء اول ضرب می‌نماییم و حاصل آن را زیر خط می‌نویسیم.

مرحلهٔ (۲)، رقم ده‌های جزء دوم ضرب را ضرب تمام ارقام جزء اول ضرب نموده، به زیر مرتبهٔ

۶۳	←	جزء اول ضرب
× ۴۲	←	جزء دوم ضرب
۱۲۶	←	۶۳ × ۲ _ مرحلهٔ (۱)
+ ۲۵۲	←	۶۳ × ۴ _ مرحلهٔ (۲)
۲۶۴۶	←	حاصل ضرب

ده‌ها بـــه ترتیب نوشته بعد از آن حاصل ضرب‌ها را با هم جمع می کنیم، حاصل ضرب اعداد دو رقمی به دو رقمی حاصل می‌شود.

مثال دوم

مطابق مثال اول عمل کرده تمام رقم‌های مرتبه‌های جزء دوم ضرب را به جزء اول ضرب، ضرب نموده، حاصل ضرب هر مرتبه را به زیر همان مرتبهٔ ضرب شده به ترتیب نوشته بعد از آن حاصل ضرب‌ها را با هم جمع می کنیم.

جزء اول ضرب ⟵ ۳۶۴

جزء دوم ضرب ⟵ ۶۲۲ ×

(۱) مرحلهٔ - ۲× ۳۶۴ ⟵ ۷۲۸

(۲) مرحلهٔ - ۲× ۳۶۴ ⟵ ۷۲۸

(۳) مرحلهٔ - ۶ × ۳۶۴ ⟵ ۲۱۸۴ +

حاصل ضرب ۳۶۴ × ۶۲۲ ⟵ ۲۲۶۴۰۸

فعالیت

با استفاده از مثال‌های فوق سؤال‌های زیر را حل کنید.

۳۱۲ × ۲۱۳	۴۶۴ × ۱۰۲	۹۸ × ۶۵	۶۴ × ۲۳
۹۷۳ × ۱۰۰	۹۰۰ × ۷۰	۱۰۶ × ۷۰۹	۷۶۲ × ۱۰۵



کار خانه‌گی

سؤال‌های زیر را حل کنید.

$$\begin{array}{r} ۱۲۳ \\ \times\ ۱۵ \\ \hline \end{array} \qquad \begin{array}{r} ۴۳۲ \\ \times\ ۱۲۳ \\ \hline \end{array}$$

ضرب اعداد چند رقمی به اعداد چند رقمی

مثال

$$\begin{array}{r} ۴۰۲۳ \\ \times\ ۷۱۰۵ \\ \hline ۲۰۱۱۵ \\ ۰۰۰۰۰ \\ ۴۰۲۳ \\ +\ ۲۸۱۶۱ \\ \hline ۲۸۵۸۳۴۱۵ \end{array}$$

(۱) — ۵×۴۰۲۳ ← ۲۰۱۱۵

(۲) — ۰×۴۰۲۳ ← ۰۰۰۰۰

(۳) — ۱×۴۰۲۳ ← ۴۰۲۳

(۴) — ۷×۴۰۲۳ ← ۲۸۱۶۱

حاصل ضرب ← ۲۸۵۸۳۴۱۵

از حل مثال فوق چنین نتیجه حاصل می‌شود که:
در ضرب اعداد چند رقمی به چند رقمی، هر رقم جزء دوم ضرب را در تمام ارقام جزء اول ضرب، ضرب می کنیم بعد از آن حاصل ضرب‌ها را با هم جمع می‌نماییم.

فعالیت

حاصل ضرب اعداد زیر را دریافت کنید:

۷۱۰۶	۳۰۵۰۶	۷۶۴۲
× ۹۵۷	× ۲۷۱۳	× ۱۰۷۴



کار خانه گی

حاصل ضرب اعداد داده شده را معلوم کنید.

۷۴۳۲	۳۰۷۰۶
× ۱۷۰۵	× ۴۱۲۳

ضرب اعداد صفردار



• به نظر شما، ضرب اعداد صفر دار، آسانتر است یا ضرب اعداد غیر صفر دار ؟ چگونه ؟

مثال اول

$$\begin{array}{r} ۷۰ \\ \times\ ۶۰ \\ \hline ۰۰ \\ +\ ۴۲۰ \\ \hline ۴۲۰۰ \end{array}$$

مرحلهٔ اول ۰ × ۷۰ ← ۰۰

درمرحلهٔ دوم چون ۶ در مرتبه ده‌ها قرار دارد ۶ را ضرب ۷۰ نموده به زیر مرتبه ده‌ها می‌نویسیم: ۶ × ۷۰

حاصل ضرب

اگر به حاصل ضرب دقت کنیم، دیده می‌شود که (۶ × ۷) شده و به طرف راست حاصل ضرب(۶ × ۷) به تعداد صفرهای جزء اول و دوم ضرب صفر نوشته شده است که می‌توان مثال بالا را این طور نیز خلاصه کرد.

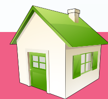
$$\begin{array}{r} ۷۰ \\ \times\ ۶۰ \\ \hline ۴۲۰۰ \end{array}$$

در این مثال در مرحلهٔ اول ۷ و ۶ با هم ضرب شده که حاصل ضرب آن ۴۲ می‌شود، سپس دو صفر جزء اول و دوم ضرب به طرف راست ۴۲ نوشته شده است، که در حقیقت ۴۲۰۰ حاصل ضرب ۷۰ و ۶۰ می‌باشد.

از حل مثال فوق می‌توانیم بنویسیم که:
اگر به طرف راست جزء اول ضرب و جزء دوم ضرب و یا یکی از آن‌ها به تعداد یک یا چند صفر وجود داشته باشد، باید ابتدا اعداد غیر صفری را با هم ضرب نموده و به طرف راست حاصل ضرب اعداد غیر صفری، به تعداد صفرهای جزء اول و جزء دوم ضرب صفر گذاشته می‌شود.

مثال دوم

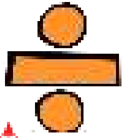
$$\begin{array}{r} ۱۳۰ \\ \times\ ۴۰۰ \\ \hline ۵۲۰۰۰ \end{array}$$



کار خانه‌گی

حاصل ضرب اعداد زیر را به دست آورید.

$$\begin{array}{r} ۳۵۰۰ \\ \times\ ۴۰۰۰ \\ \hline \end{array} \qquad \begin{array}{r} ۴۰۰۰ \\ \times\ ۵۰۰۰ \\ \hline \end{array} \qquad \begin{array}{r} ۸۴۰۰۰ \\ \times\ ۹۰۰۰ \\ \hline \end{array}$$



۲- تقسیم



تقسیم اعداد چند رقمی به اعداد سه رقمی

• آیا می‌توانید یک عدد را که تعداد ارقام آن بیشتر از سه رقم باشد به یک عدد سه رقمی تقسیم کنید؟



مثال اول: عدد ۴۷۶۲۳ را به عدد ۲۳۵ چنین تقسیم می کنیم.

مقسوم ۴۷۶۲۳ | ۲۳۵ ⟵ مقسوم علیه

⟵ خارج مقسوم

در مرحلهٔ اول سه رقم طرف چپ مقسوم را با مقسوم علیه مقایسه می کنیم. دیده می‌شود که سه رقم طرف چپ مقسوم نسبت به مقسوم علیه بزرگتر بوده وتخمین می کنیم که عدد ۲۳۵ چند مرتبه در عدد ۴۷۶ شامل است.
به طور فرضی تخمین کردیم که ۲ مرتبه شامل است. عدد ۲ را در خارج قسمت می‌نویسیم و به عدد ۲۳۵ ضرب می‌نماییم و حاصل آن را به زیر عدد ۴۷۶ نوشته و از ۴۷۶ تفریق می کنیم.

```
 ۴۷۶۲۳ | ۲۳۵
-۴۷۰ ↓ |-----
 ----- | ۲
 ۰۰۶۲
```

دیده می‌شود که حاصل تفریق عدد۶ است. عدد قبل از ۶ یعنی ۲ را پایین می کنیم عدد ۶۲ به دست می آید که کمتر از مقسوم علیه می‌باشد. بعد یک صفر به خارج قسمت گذاشته عدد بعدی(۳) را پایین می کنیم. عدد ۶۲۳ حاصل می‌شود.

```
۴۷۶۲۳ | ۲۳۵
-۴۷۰↓↓ | ۲۰
۰۰۶۲۳
```

حال تخمین می کنیم که عدد ۲۳۵ چند مرتبه در ۶۲۳ شامل است. به طور فرضی عدد ۳ را تخمین کردیم وقتی عملیهٔ ضرب را انجام دهیم ۷۰۵ به دست می آید که از مقسوم بزرگتر است، پس بهتر است آن را با عدد (۲) ضرب کنیم و عملیهٔ تفریق را انجام دهیم که در نتیجه حاصل تفریق ۱۵۳ می‌شود، چون از مقسوم علیه کوچکتر است، پس ۱۵۳ باقیمانده می‌باشد. به شکل زیر:

```
۴۷۶۲۳ | ۲۳۵
-۴۷۰↓↓ | ۲۰۲
۶۲۳
-۴۷۰
۱۵۳ ← باقیمانده
```

مثال دوم

```
مقسوم ۱۷۶۴۳۲ | ۳۰۵ ← مقسوم علیه
             |     ← خارج مقسوم
```

اگر به مثال دوم دقت کنید دیده می‌شود که سه رقم طرف چپ مقسوم نسبت به مقسوم علیه کوچکتر است، در این صورت باید چهار رقم طرف چپ مقسوم را در نظر گرفته عملیهٔ تقسیم را مانند مثال اول ادامه دهیم.

```
 ١٧۶۴٣٢ | ٣٠۵
-١۵٢۵   |-----
 ----   | ۵٧٨
  ٢٣٩٣
 -٢١٣۵
  ----
   ٢۵٨٢
  -٢۴۴٠
   ----
    ١۴٢   ←  باقیمانده
```

فعالیت

با استفاده از مثال‌های فوق عملیهٔ تقسیم را در گروه‌ها انجام داده، خارج قسمت و باقیمانده را معلوم کنید.

```
٨۶۴٧۵١ | ١١١          ٧۶۴٢٣۵٠ | ١٠٢
       |-----                 |-----

٧٨۶۴٢٣١٢۴ | ۶٨٧      ١٢٠٧۶۴٢٠٠ | ٧٠٠
          |-----               |-----
```



کار خانه‌گی

عملیهٔ تقسیم را انجام دهید.

۱) ۶۴۲۳ ÷ ۱۲۲ = ?　　　۲) ۷۶۴۲۵ ÷ ۲۰۰ = ?

تقسیم اعداد چند رقمی به اعداد بالا تر از اعداد سه رقمی



- کی اجزای عملیهٔ تقسیم را نام گرفته می‌تواند؟
- از عملیهٔ تقسیم در حیات روزمره چی استفاده می‌شود؟

به مثال زیر توجه کنید:

۴۳۲۵۰	۲۰۴۱
۴۰۸۲	۲۱
۲۴۳۰	
−۲۰۴۱	
۳۸۹	

فعالیت

در گروه‌های کوچک تقسیم شوید و با استفاده از مثال فوق، سوال‌های زیر را حل کنید.

۴۲۱۳۵ | ۲۰۵　　　۹۴۱۷ | ۷۰۰۸

۲۹۸۸۶۱۴ | ۳۰۱۲　　　۸۹۱۰۵۲ | ۲۲۲۲



کار خانه‌گی

عدد ۳۸۴ را با عدد ۸۹ ضرب کنید، حاصل ضرب را تقسیم ۳۸۴ نمایید؛ سپس خارج قسمت را با ۸۹ مقایسه کنید و نتیجه حاصل تقسیم را در کتابچه‌های خود بنویسید.

سؤال‌های زیر را حل کنید.

۱۸۲۵۷۰۵ | ۸۰۱۰

۷۲۵۶ | ۲۲۵



امتحان عملیهٔ ضرب

• برای مطمین شدن از درست بودن اجرای عملیهٔ ضرب چی باید کرد ؟
برای این‌که بدانیم عملیهٔ ضرب را درست انجام داده ایم یا خیر حاصل ضرب را بالای یکی از اجزای ضرب تقسیم می‌کنیم، در این صورت جزء دیگر ضرب حاصل می‌شود. مانند مثال زیر:

$$\begin{array}{r} ۳۲۴ \\ \times\quad ۴۵ \\ \hline ۱۶۲۰ \\ +۱۲۹۶ \\ \hline ۱۴۵۸۰ \end{array}$$

امتحان

$$\begin{array}{r|l} ۱۴۵۸۰ & ۳۲۴ \\ \cline{2-2} -۱۲۹۶ & ۴۵ \\ \cline{1-1} ۱۶۲۰ & \\ -۱۶۲۰ & \\ \cline{1-1} ۰۰۰۰ & \end{array}$$

درمثال فوق حاصل ضرب (۱۴۵۸۰) بوده بالای جزء اول ضرب (۳۲۴) تقسیم گردیده خارج قسمت حاصل شده، جزء دوم ضرب می‌باشد، به صورت عموم چنین نوشته می‌توانیم:

حاصل ضرب = جزء دوم ضرب × جزء اول ضرب
جزء دوم ضرب = جزءاول ضرب ÷ حاصل ضرب
جزء اول ضرب = جزء دوم ضرب ÷ حاصل ضرب

فعالیت

۱- اگر حاصل ضرب ۱۲۸۷۵۰ و یک جزء ضرب آن ۱۲۵ باشد، جزء دیگر ضرب را معلوم کنید.
۲- اگر جزء او ل ضرب ۲۶۵ و جزء دوم ضرب ۱۷۵ باشد، حاصل ضرب را معلوم کرده، امتحان کنید.



کار خانه گی

اگر جزء دوم ضرب ۹۶ و حاصل ضرب ۱۲۶۷۲ باشد، جزء اول ضرب را معلوم کنید.

امتحان عملیهٔ تقسیم

• برای مطمین شدن از درست بودن اجرای عملیهٔ تقسیم چی باید کرد ؟



برای این که بدانیم عملیهٔ تقسیم را درست انجام داده ایم یا خیر مقسوم علیه را ضرب خارج قسمت کرده و بعد از آن باقیمانده را با آن جمع می کنیم، اگر عدد حاصله مساوی به مقسوم بود، عملیه صحیح است.

مثال:

۳۱۰۸۹۶	۷۶۲
− ۳۰۴۸↓↓	۴۰۸
۰۰۶۰۹۶	
− ۶۰۹۶	
۰۰۰۰	

امتحان:

```
   ۷۶۲
 × ۴۰۸
 ------
  ۶۰۹۶
  ۰۰۰
+۳۰۴۸
 ------
 ۳۱۰۸۹۶
```

در مثال فوق مقسوم علیه ۷۶۲، خارج قسمت ۴۰۸، حاصل ضرب آن‌ها مساوی به ۳۱۰۸۹۶ و عدد حاصله مساوی به مقسوم است؛ بنابر آن عملیهٔ تقسیم صحیح اجرا گردیده است.

خارج قسمت = مقسوم علیه ÷ مقسوم

مقسوم = باقیمانده + خارج قسمت × مقسوم علیه

فعالیت

اگر مقسوم (۶۷۴۲۱)، مقسوم علیه (۱۰۳) باشد، خارج قسمت را معلوم نموده امتحان کنید.

اگر مقسوم علیه (۶۴۵)، خارج قسمت (۱۹۸) و باقیمانده (۲۰۳) باشد، مقسوم را معلوم کنید.



کار خانه‌گی

۱- برای امتحان عملیهٔ تقسیم چی باید کرد؟

۲- اگر در یک عملیهٔ تقسیم باقی‌مانده ۳۱، مقسوم علیه ۱۲۶ و خارج قسمت ۵۸ باشد، مقسوم را معلوم کنید؟



تمرین

سؤال‌های زیر را حل و امتحان کنید.

۱- ۹۱۳۸ × ۲۱۰ = ?

۲- ۷۳۰ × ۲۴۵۰ = ?

۳- ۴۵۶ × □ = ۵۶۰۸۸

۴- ۸۹۷۶۲ ÷ ۱۳۵ = ?

۵- ۹۷۰۴۳۲ ÷ ۲۰۴ = ?

۶- ۷۳۰۰۴۱ ÷ ۴۱۴۰ = ?

۷- □ × ۲۵۸ = ۹۵۲۰۲

۸- ۸۴۲۵ × ۴۷۹ = ?

۹- □ ÷ ۲۲۵ = ۶۷۴

۱۰- ۲۴۱۱۱۰ ÷ □ = ۷۰۵

۱۱- اگر قیمت ۱۲ دانه قلم ۱۲۰ افغانی باشد، قیمت ۱۵ دانه قلم چند افغانی است؟

۱۲- اگر قیمت یک جریب زمین ۳۵۰۰۰۰ افغانی باشد، قیمت ۱۰۶ جریب زمین را معلوم کنید.

۱۳- اگر یک موتر فاصلهٔ ۲۳۷۱۴ کیلومتر راه را در ۱۶۷ ساعت پیموده باشد، موتر مذکور در یک ساعت چند کیلومتر راه را پیموده است؟

۱۴- اگر برای یک شاگرد ۱۳ جلد کتاب ضرورت باشد، برای ۱۳۴۵۱۰۰ شاگرد چند جلد کتاب ضرورت است؟

۱۵ - اگر مصرف برق یک شهر در یک شبانه روز ۵۰۳۰ کیلو وات باشد، مصرف برق یک ماهه شهر مذکور چند کیلووات خواهد بود؟

خاصیت یک و صفر در عملیهٔ ضرب

• اگر (۱) در یک عدد و یا یک عدد در (۱) ضرب شود، حاصل ضرب مساوی به چی می‌شود؟

• اگر(۰) در یک عدد و یا یک عدد در(۰) ضرب شود، حاصل ضرب آن مساوی به چی می‌شود؟



الف) خاصیت عدد (۱) در ضرب

۱ + ۱ + ۱ + ۱ + ۱ + ۱ = ۶

۶ × ۱ = ۶

۱ × ۶ = ۶

ب) خاصیت صفر در ضرب

۰ + ۰ + ۰ + ۰ + ۰ + ۰ = ۰

۶ × ۰ = ۰

۰ × ۶ = ۰

فعالیت

۱- خانه‌های خالی را با اعداد مناسب پر کنید.

×	۱	۲	۳	۴	۵	۶	۷	۸	۹	۱۰	۱۱	۱۲
۰	۰				۰				۰			
۱	۱				۵				۹			

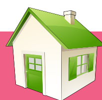
۲- در جاهای خالی اعداد مناسب را بنویسید.

$\square = ۷۳۴۱۵ \times ۱$ ، $\square = ۱ \times ۳۷۶۴$

$۷۶۲۱ = ۷۶۲۱ \times \square$ ، $۹۴۰۰ = \square \times ۹۴۰۰$

$۰ = \square \times ۶۷۵۴$ ، $۰ = ۹۳۲۱ \times \square$

$۰ = ۱۷۶۴۲ \times \square$ ، $\square = ۰ \times ۹۴۷۶۱$



کار خانه گی

افاده‌های جمع را به ضرب تبدیل و حاصل آن را به دست آورید.

۲ + ۲ + ۲ + ۲ + ۲ + ۲ + ۲ = --- × --- = ---

۰ + ۰ + ۰ + ۰ + ۰ + ۰ + ۰ = --- × --- = ---

خاصیت تبدیلی و اتحادی در عملیهٔ ضرب و خاصیت توزیعی ضرب در عملیهٔ جمع



الف) خاصیت تبدیلی درضرب

• آیا در عملیهٔ ضرب جاهای اجزای ضرب را تبدیل کرده می‌توانیم؟

به مثال‌های زیر توجه کنید:

۱-

۱۲ × ۵ = ۶۰

۵ × ۱۲ = ۶۰

بنابرآن: ۱۲ × ۵ = ۵ × ۱۲ = ۶۰

۲-

۱۰۵ × ۶ = ۶۳۰

۶ × ۱۰۵ = ۶۳۰

بنابرآن: ۱۰۵ × ۶ = ۶ × ۱۰۵ = ۶۳۰

با توجه به مثال‌های فوق می‌توانیم بنویسیم که: هر گاه در یک عملیهٔ ضرب، جاهای اجزای ضربی تبدیل شود در حاصل ضرب کدام تغییری نمی‌آید و این خاصیت را به نام خاصیت تبدیلی در عملیهٔ ضرب یاد می کنند.

فعالیت

با استفاده از خاصیت تبدیلی در ضرب، خانه‌های خالی زیر را با اعداد مناسب پر کنید.

۱- ۳۸۴ = □ × ۶ = □ × ۶۴

۲- ۶۴۸ = □ × ۷۲ = ۹ × □

۳- ۵۶۴۸ = □ × ۸ = ۷۰۶ × □

کار خانه گی

خانه‌های خالی را با اعداد مناسب پر کنید.

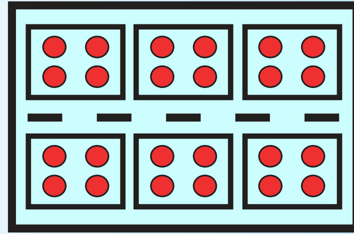
□ = ۲۳ × ۷   □ = ۷ × ۲۳

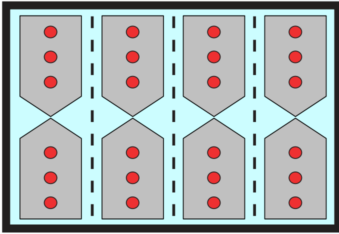
یا   ۱۶۱ = □ × ۷ = □ × ۲۳

ب) خاصیت اتحادی در عملیهٔ ضرب

• اگر در عملیهٔ ضرب اجزای ضربی بیشتر از دو جز باشد، عملیهٔ ضرب را چطور انجام می‌دهید؟

مثال اول: به اشکال زیرتوجه کنید:





طوری که در شکل دیده می‌شود:

$۲ \times (۴ \times ۳) =$ ، $(۳ \times ۲) \times ۴$

$۲ \times ۱۲ = ۲۴$ ، $۶ \times ۴ = ۲۴$

بنابرآن می‌توانیم بنویسیم که:

$$(۲ \times ۳) \times ۴ = ۲ \times (۴ \times ۳) = ۲۴$$

مثال دوم: اعداد ۸، ۶ و ۹ را چنین ضرب می‌کنیم:

$$(۸ \times ۶) \times ۹ = ۴۸ \times ۹ = ۴۳۲$$

$$۸ \times (۶ \times ۹) = ۸ \times ۵۴ = ۴۳۲$$

$$۶ \times (۸ \times ۹) = ۶ \times ۷۲ = ۴۳۲$$

بنابرآن:

$$(۸ \times ۶) \times ۹ = ۸ \times (۶ \times ۹) = ۶ \times (۸ \times ۹) = ۴۳۲$$

از حل مثال‌های فوق می‌توانیم بنویسیم که:

در ضرب سه عدد، نخست عدد اول و دوم را با هم ضرب نموده و بعد حاصل ضرب را با عدد سوم ضرب می‌نماییم یا در اول عدد دوم و سوم را با هم ضرب نموده و بعد حاصل ضرب را با عدد اول ضرب می‌نماییم،

همچنان می‌توانیم ابتدا عدد اول و سوم را با هم ضرب نموده و بعد حاصل ضرب را با عــــدد دوم ضرب نماییم. در هر سه صورت حاصل ضرب آن‌ها عین عدد است. این خاصیت را به نام خاصیت اتحادی در عملیهٔ ضرب یاد می کنند.

فعالیت

با استفاده از خاصیت اتحادی در عملیهٔ ضرب، در جاهای خالی اعداد مناسب را بنویسید.

$$۵ \times ۴ \times ۳ = \square \times (۴ \times ۳) = \square \times (۵ \times ۳) = (\square \times ۵) \times ۳$$

$$(۶ \times ۷) \times ۹ = ۶ \times (۷ \times \square) = ۷ \times (\square \times ۹)$$



کار خانه‌گی

در جاهای خالی اعداد مناسب را بنویسید.

۱) $۸ \times ۹ \times ۱۰ = ۱۰ \times (\square \times ۸) = (۱۰ \times ۹) \times \square = \square \times (۱۰ \times ۸)$

۲) $(۶ \times ۸) \times ۱۰ = ۶ \times (\square \times ۱۰)$

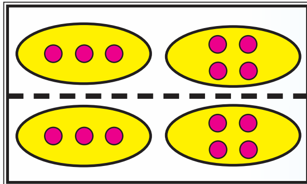
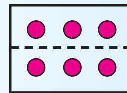
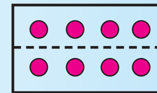
۳) $(\square \times ۱۷) \times ۹ = \square \times (۱۷ \times ۵)$



ج) خاصیت توزیعی عملیهٔ ضرب بالای عملیهٔ جمع

• آیا حاصل ضرب یک عدد را با مجموع دو یا چند عدد به دست آورده می‌توانید؟

به اشکال زیر متوجه شوید:

 =  + 

$۲ \times (۳ + ۴) =$ $(۲ \times ۳) + (۲ \times ۴) =$

$۲ \times ۷ = ۱۴$ $۶ + ۸ = ۱۴$

بنابرآن: $۲ \times (۳ + ۴) = (۲ \times ۳) + (۲ \times ۴) = ۱۴$

مثال اول: حاصل جمع $(۴ + ۷)$ را طور زیر ضرب عدد ۵ می‌نماییم:

حل: $۵\times(۷+۴)=۵\times۱۱=۵۵$

یا: $۵\times۷+۵\times۴=۳۵+۲۰=۵۵$

بنابر آن: $۵\times(۷+۴)=۵\times۷+۵\times۴=۵۵$

مثال دوم: حاصل جمع $(۶۰ + ۱۵۰)$ را طور زیر ضرب عدد ۲۰ می‌نماییم.

حل: $۲۰ \times (۱۵۰ + ۶۰) = ۲۰ \times ۲۱۰ = ۴۲۰۰$

یا $۲۰ \times ۱۵۰ + ۲۰ \times ۶۰ = ۳۰۰۰ + ۱۲۰۰ = ۴۲۰۰$

بنابر آن $۲۰ \times (۱۵۰ + ۶۰) = ۲۰ \times ۱۵۰ + ۲۰ \times ۶۰ = ۴۲۰۰$

مثال سوم: حاصل جمع (۱۲ + ۱۵) را طور زیر ضرب عدد ۲۲ می‌نماییم.

حل:

$$۲۲ \times (۱۵ + ۱۲) = ۲۲ \times ۲۷ = ۵۹۴$$

یا

$$۲۲ \times ۱۵ + ۲۲ \times ۱۲ = ۳۳۰ + ۲۶۴ = ۵۹۴$$

بنابر آن

$$۲۲ \times (۱۵ + ۱۲) = ۲۲ \times ۱۵ + ۲۲ \times ۱۲ = ۵۹۴$$

از مثال‌های فوق می‌توانیم بنویسیم که: هرگاه یک مجموع را ضرب عدد سومی نماییم اجزای جمع مذکور را با هم جمع و حاصل جمع را ضرب عدد سومی می‌نماییم.
و یا این‌که هر یک از اجزای جمع را ضرب عدد سومی می‌کنیم و حاصل ضرب‌ها را با هم جمع می‌نماییم. در هر دو صورت عین عدد حاصل می‌شود.
این خاصیت را به نام خاصیت توزیعی ضرب، بالای عملیهٔ جمع یاد می‌کند.

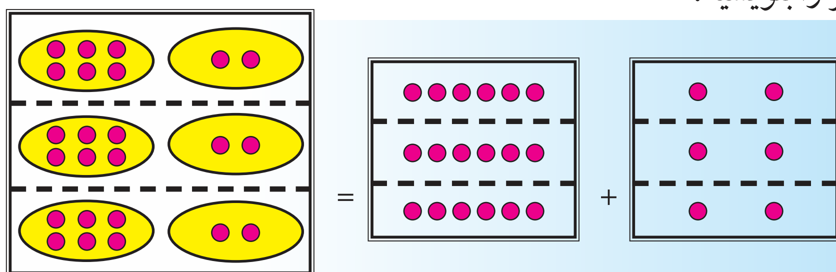
فعالیت

با استفاده از خاصیت توزیعی ضرب بالای عملیهٔ جمع، در جاهای خالی اعداد مناسب را بنویسید.

$$۳ \times (۴ + ۲۰) = ۳ \times \square + \square \times ۲۰$$

$$۵ \times (۳ + ۴) = \square \times ۳ + ۵ \times \square$$

با استفاده از خاصیت توزیعی ضرب بالای عملیهٔ جمع و شکل زیر، افاده شکل زیر را بنویسید.



کار خانه‌گی

با استفاده از خاصیت توزیعی ضرب بالای عملیهٔ جمع درجاهای خالی اعداد مناسب را بنویسید.

۳۰ × (۵ + ۴) = (۳۰ × ۵) + (۳۰ × ☐)

۸ × (۵۰ + ۹) = (۸ × ☐) + (۸ × ☐)

تمرین

۱- با استفاده از خاصیت تبدیلی در ضرب، اعداد مناسب را در خانه‌های خالی بنویسید.

۱۰۴ × ☐ = ۶۳ × ☐

☐ × ۲۵ = ۲۵ × ☐

۲- با استفاده از خاصیت اتحادی ضرب، در جاهای خالی اعداد مناسب را بنویسید.

$(۱۲ \times \square) \times ۱۴ = ۱۲ \times (۸ \times \square) = \square \times (۱۲ \times ۱۴)$

$(۶ \times ۵) \times ۱۴ = \square \times (۵ \times \square) = ۱۴ \times (\square \times ۶)$

$(\square \times ۱۷) \times ۱۰ = \square \times (۱۷ \times ۱۰) = ۱۷ \times (۶ \times \square)$

$(۷ \times \square) \times ۹ = ۷ \times (\square \times ۱۵) = \square \times (۷ \times ۹)$

$(\square \times \square) \times ۶ = \square \times (\square \times ۶) = \square \times (\square \times \square)$

۳- سؤال‌های زیر را با استفاده از خاصیت توزیعی ضرب بالای عملیهٔ جمع، حل کنید.

$(۱۰۰ + ۲۰) \times ۵ = ?$

$(۱۰ + ۶) \times ۳ = ?$

$(۱۰ + ۸) \times ۲ = ?$

$(۵۰۰ + ۵۰) \times ۱۰ = ?$

$(۲۰۰ + ۵) \times ۵ = ?$

$۱ \times (۱۰۰۰ + ۱۰) = ?$

$۰ \times (۱۰۰۰ + ۵) = ?$

۴- با استفاده از خاصیت توزیعی ضرب درعملیهٔ جمع، در خانه‌های خالی اعداد مناسب را بنویسید.

$$(۲۰ + ۴) \times \square = \square \times ۱۰ + \square \times ۱۰$$

$$(۳۰ + \square) \times ۵۰ = ۳۰ \times \square + ۲۰ \times \square$$

$$۹ \times (\square + ۷۰) = \square \times ۶۰ + ۹ \times \square$$

فصل سوم

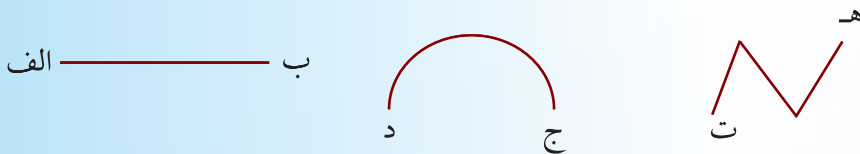
مبحث هندسه

خط و انواع آن

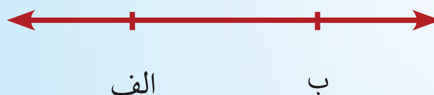
- اگر نوک قلم را روی کاغذ بگذاریم چه نوع شکل به وجود می‌آید؟
- کوتاه‌ترین فاصله بین دو نقطه به نام چی یاد می‌شود ؟

نقطه: نشانۀ است که از گذاشتن نوک باریک پنسل به روی صفحۀ کاغذ به میان می‌آید و توسط یک حرف نشان داده می‌شود، مانند: نقطۀ « الف»

خط: خط عبارت از آن طول است که از حرکت نقطه‌ها به روی کاغذ به وجود می‌آید و به دو حرف نشان داده می‌شود، مانند: خط‌های (الف ب)، (دج)، (ت هـ) و غیره.



خط مستقیم: کوتاه‌ترین فاصله بین دو نقطه را خط مستقیم گوید که به دو سمت امتداد یافته می‌تواند و طول آن قابل اندازه‌گیری نباشد، مانند: خط مستقیم زیر که توسط(ب الف) نشان داده می‌شود.



قطعه خط: خط مستقیم که از هر دو جهت محدود باشد، به نام قطعه خط یاد می‌شود. به طور مثال: قطعه خط (الف ب) که در آن نقطهٔ (الف) را مبدا و نقطهٔ (ب) را انجام می گویند.

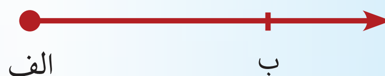


فعالیت

۱- دو نقطه را طور دلخواه به روی کاغذ بگذارید، این دو نقطه را با استفاده از خط‌کش و قلم پنسل با هم وصل کنید و به سؤال‌های زیر جواب دهید:

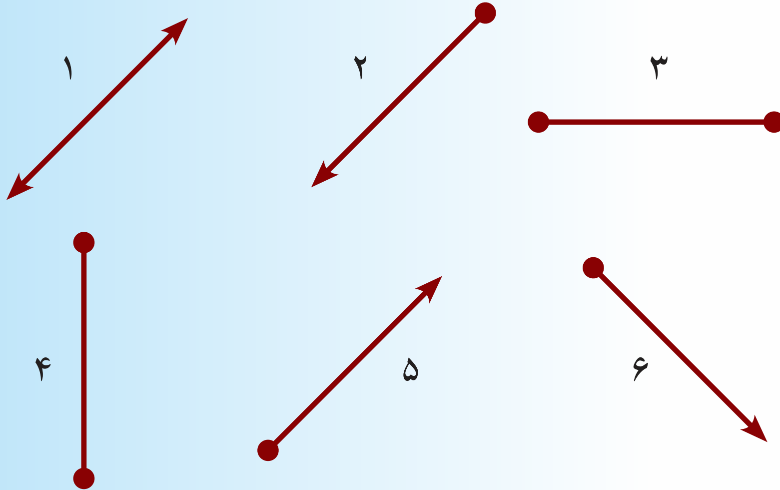
الف) شکلی که حاصل می‌شود، چه نام دارد؟
ب) آیا مبدا و انجام دارد؟
ج) چطور نمایش داده می‌شود؟
د) آیا قطعه خط حاصل شده قابل اندازه‌گیری است؟

نیم خط (شعاع): خط مستقیمی که از یک‌طرف محدود (بسته) و از طرف دیگر غیرمحدود (باز) باشد و به هر اندازهٔ که بخواهیم به استقامت باز آن را امتداد داده بتوانیم، نیم خط (شعاع) نامیده می‌شود و به شکل (ب الف) نمایش داده می‌شود، مانند شکل زیر:



فعالیت

خط‌های زیر را مشاهده نموده و در کتابچه خود مقابل شماره هر خط نام آن را بنویسید.





کار خانه‌گی

یک خط مستقیم رسم کنید و در روی آن قطعه خط، نیم خط و خط مستقیم را توسط دو حرف نشان دهید.

وضعیت خط مستقیم

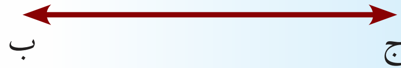
• خط مستقیم را در محیط و ماحول خویش به چند وضعیت دیده می‌توانید؟ نام بگیرید.

خط مستقیم دارای سه وضعیت می‌باشد:

۱- خط افقی　　　۲- خط عمود یا قایم　　　۳-خط مایل

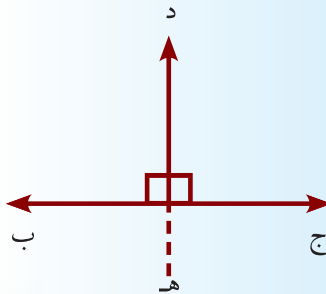
خط افقی

خط افقی، خطی را گویند که به امتداد سطح آب ایستاده باشد، مانند: کنار سقف خانه، کنار فرش، کنار زیر دروازه و خط (ج ب) به روی کاغذ.



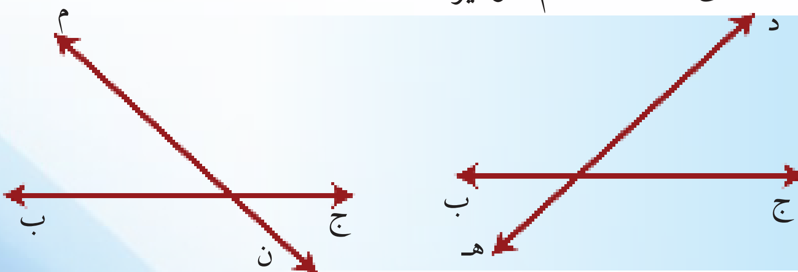
خط عمود و یا قایم

خطی که بالای خط افقی دو زاویه قایمه را بسازد، خط عمود گفته می‌شود. مانند: خط (هـ د) بالای خط (ج ب)، هم‌چنان بازوها و یا پایه‌های دروازه، میز و چوکی هر یک خط عمودی را نشان می‌دهد.



خط مایل

خطی که نه عمودی باشد و نه افقی، به نام خط مایل یاد می‌شود.
مانند: خط‌های (د هـ) (ن م) وغیره.



فعالیت

در گروه‌ها، انواع خطوطی را که در صنف و یا در اشیا می‌بینید، نشان دهید.

کار خانه‌گی

نام اشکال و اشیایی را که خط افقی، عمودی و مایل را نشان داده بتوانند، در کتابچه‌های تان بنویسید.

وضعیت دو خط مستقیم نظر به یکدیگر

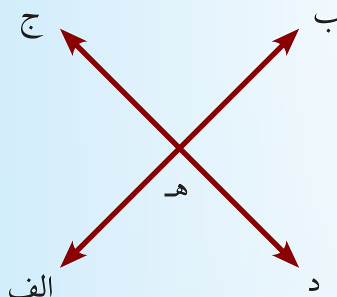


• در محیط اطراف خود، خطوطی را نشان دهید که فقط یک نقطهٔ مشترک داشته باشند.

• در محیط اطراف خود، خطوطی را نشان دهید که هیچ نقطهٔ مشترک نداشته باشند.

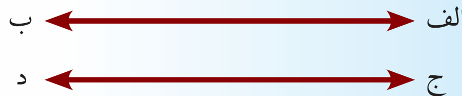
۱- خطوط متقاطع

اگر دو خط مستقیم یک نقطهٔ مشترک داشته باشند، خطوط متقاطع گفته می‌شوند، مانند: خطوط متقاطع $\overleftrightarrow{\text{الف ب}}$ و $\overleftrightarrow{\text{د ج}}$ که نقطهٔ (هـ) نقطهٔ مشترک آن‌ها است.



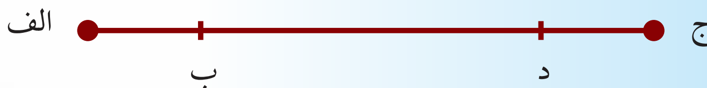
۲- خطوط موازی

خطوط مستقیمی که هیچ نقطهٔ مشترک نداشته باشند و امتداد آن‌ها یک دیگر را قطع نکند، خطوط موازی گفته می‌شوند، مانند: خطوط مستقیم (الف ب) و (ج د).



۳- خطوط منطبق

اگر دو خط مستقیم دو نقطهٔ مشترک داشته باشند، خطوط منطبق گفته می شوند، مانند: قطعه خط‌های (ج الف) و (د ب).



فعالیت

۱- اشیا و وسایل صنف تان را به دقت ببینید و خط‌های موازی، متقاطع و منطبق را در آن نشان دهید.

۲- توسط دو دانه چوبک حالت‌های موازی، متقاطع و منطبق بودن دو خط را نشان دهید.



کار خانه‌گی

۱- دو خط نظر به یکدیگر چند حالت دارند؟

۲- خطوط موازی چگونه خطوطی اند؟

۳- خطوط متقاطع چند نقطهٔ مشترک دارند؟
۴- اگر دو خط دو نقطهٔ مشترک داشته باشند، آیا این خطوط می‌توانند که سه نقطهٔ مشترک داشته باشند؟
۵- دو خطی که هیچ نقطهٔ مشترک نداشته باشند، به نام چی یاد می‌شوند؟

اقسام خط



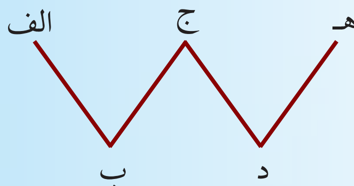
• دندانهٔ اره چی نوع خط است؟
• ماه نو چی نوع خط است؟
خط به سه قسم است: خط مستقیم، خط منکسر و خط منحنی.

خط مستقیم

خط مستقیم خطی است که به دو سمت امتداد یافته و طول آن قابل اندازه گیری نمی‌باشد.

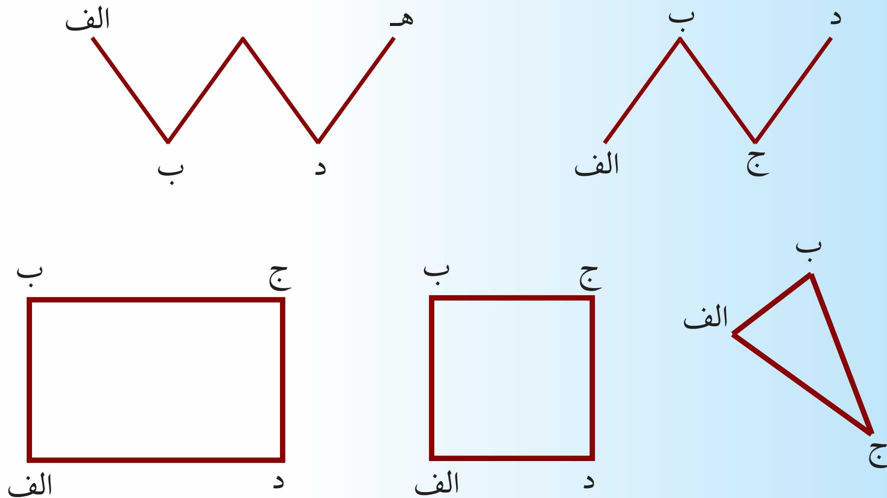
خط منکسر

قطعه خط‌هایی که به استقامت یک خط مستقیم نبوده؛ اما یکی با دیگر نقطهٔ مشترک داشته باشند، خط منکسر نامیده می‌شوند، مانند: دندانهٔ اره، کنار برگ بعضی از درختان و غیره.



فعالیت

۱- به اشکال زیر توجه کرده، خطوط منکسر را نشان بدهید.

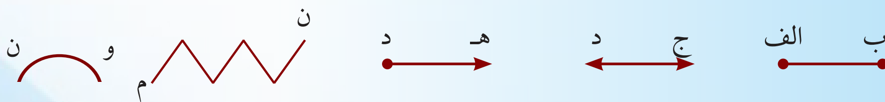


۲- یک شاخهٔ باریک درخت را طوری بشکنانید که خط منکسر را نشان دهد.



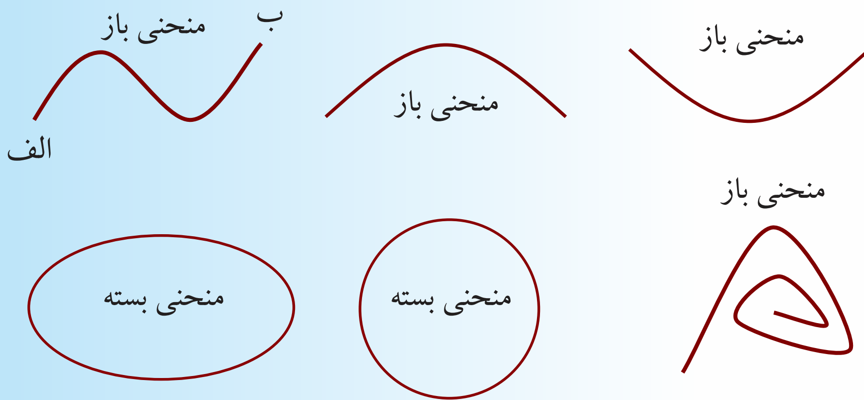
کار خانه‌گی

در اشکال زیر خط مستقیم و منکسر را نشان دهید و آن را در کتابچه‌های خویش رسم و نام آن‌ها را مقابل آن بنویسید.



خط منحنی

خط منحنی، خطی را گویند که نه مستقیم باشد و نه منکسر، مانند: ماه نو، کمان ابرو و غیره. به خطوط منحنی زیر توجه کنید.



خطوط منحنی توسط دو حرف به شکل (الف ب) نمایش داده می‌شود.

فعالیت

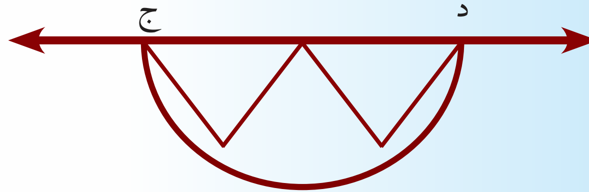
۱– یک اندازه تار را به دو دست خود طوری بگیرید که اول خط مستقیم و بعد از آن خط منحنی را نمایش بدهد.

۲– دو نقطه را به روی صفحۀ کاغذ طوری با هم وصل کنید که: قطعه خط، خط منکسر و خط منحنی را نمایش دهد.



کار خانه گی

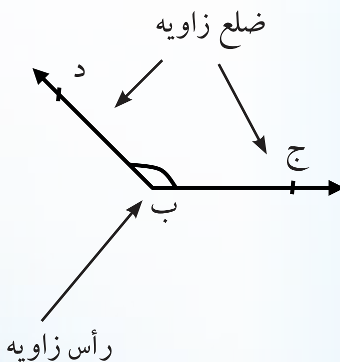
در شکل زیر، انواع خطوط را نشان دهید و هر نوع خط را با نام آن در کتابچهٔ خود رسم کنید.

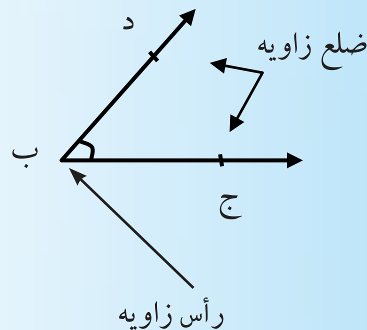


زاویه

- در بین هر دو قطعه خط (شعاع) یک خط منکسر چی شکل را می‌بینید؟

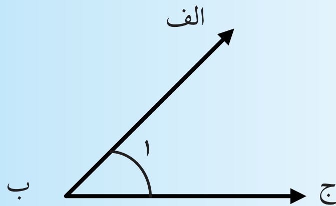
وسعتی که توسط دو شعاع که مبدای مشترک داشته باشند به وجود بیاید، زاویه گفته می‌شود. مبدای مشترک هر دو شعاع را رأس زاویه و هر یک از شعاع‌ها را ضلع زاویه می‌نامند، مانند: زاویه (د $\hat{ب}$ ج) که در اشکال زیر نشان داده شده است.





نمایش زاویه

زاویه را توسط سه حرف نمایش می‌دهند؛ طوری که حرف رأس آن در ترتیب نوشتن و خواندن در بین دو حرف دیگر قرار گیرد، مانند: زاویهٔ (الف ب ج) یا (الف $\hat{ب}$ ج).



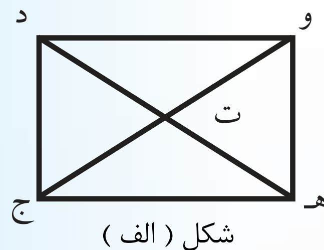
یادداشت: زاویه (الف ب ج) را به شکل زاویه($\hat{۱}$) یا زاویه ($\hat{ب}$) نیز نمایش می‌دهند.

فعالیت

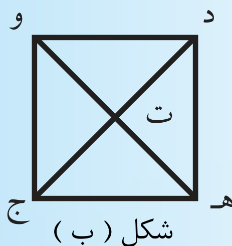
اشکال زیر را در گروه‌ها به دقت مشاهده و به سؤال‌های زیر جواب دهید.

۱- زاویه‌های هر شکل را بشمارید.

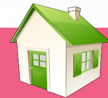
۲- تمام زاویه‌های هر دو شکل را توسط حرف‌ها نشان دهید.



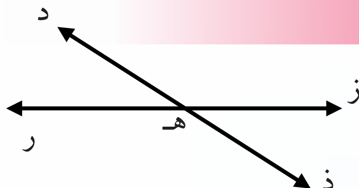
شکل (الف)



شکل (ب)



کار خانه‌گی



شکل مقابل را در نظر بگیرید.

الف) خطوط را به کدام نام یاد می‌کنند؟

ب) چند زاویهٔ را می‌بینید؟

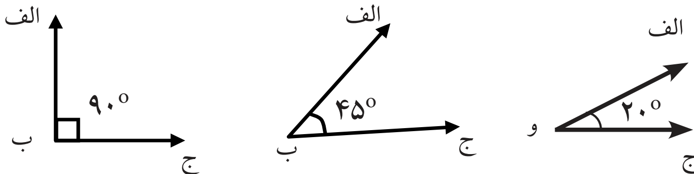
ج) تمام زاویه‌های این شکل را توسط حرف‌ها نشان دهید.

واحد اندازه گیری زاویه



- زاویه‌ها توسط چی اندازه می‌شوند؟
- واحد اندازه‌گیری وسعت زاویه چیست؟

واحد اندازه‌گیری زاویه درجه قبول شده است. درجه عبارت از ($\frac{۱}{۹۰}$) حصهٔ زاویهٔ قایمه می‌باشد و یا به عبارت دیگر، اگر زاویهٔ قایمه را به ۹۰ حصهٔ مساوی جدا کنیم هر حصهٔ آن را درجه می‌نامند. علامت درجه (°) بوده و این‌گونه نشان داده می‌شود: °۲۰ (بیست درجه)، °۴۵ (چهل و پنج درجه) °۹۰ (نود درجه)

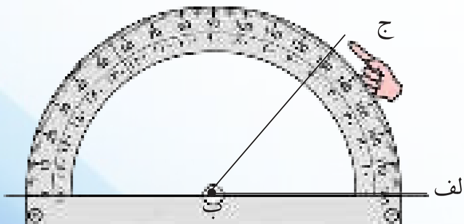


برای اندازه گیری زاویه، وسیلهٔ به نام نقاله به کار می‌رود.

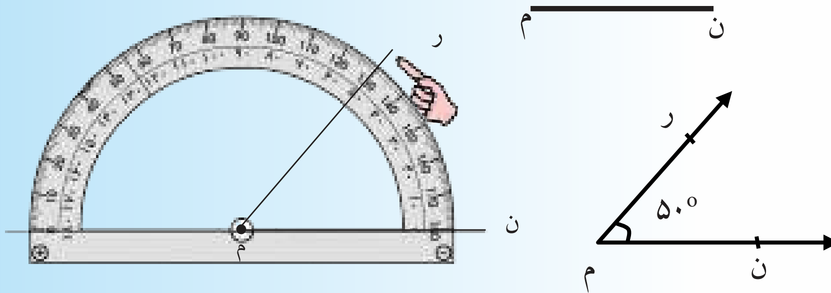
نقاله: نقاله نیم دایره یی است که محیط آن به ۱۸۰ قسمت مساوی تقسیم شده است که هر قسمت آن یک درجه (°۱) را نشان می‌دهد. در شکل زیر عدد ۵۰ نقاله به ضلع دومی زاویهٔ (الف ب ج) تصادف می‌کند، پس می‌گوییم اندازهٔ زاویهٔ (الف ب ج) °۵۰ درجه است.

حال اگر بخواهیم زاویه یی را به اندازهٔ ۵۰ درجه رسم کنیم. اول یک قطعه خط رسم می‌کنیم، مانند قطعه خط (ن م).

بعد از آن نقاله را طوری بالای این قطعه خط قرار می‌دهیم که مرکز آن به نقطهٔ (م) قطعه خط (م ن) منطبق شود. حال درجهٔ ۵۰ نقاله را با یک نقطه



نشانی نموده و نقطه مذکور را (ر) می‌نامیم. نقطهٔ (ر) را به نقطهٔ (م) وصل می کنیم، زاویهٔ رسم شده (ن م ر) عبارت از زاویهٔ مطلوب (°۵۰) است.



فعالیت

به شکل مقابل توجه کنید.

اگر اندازهٔ زاویهٔ (د س م) ۳۸ درجه باشد،

الف) اندازهٔ زاویه‌های دیگر را توسط نقاله معلوم کنید.

ب) مجموعهٔ زاویه‌های (د س م) و (د س ن) چند درجه است؟

ج) مجموعهٔ زاویه‌های (د س م) و (ر س م) چند درجه است؟

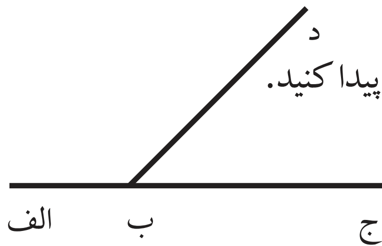
د) اندازهٔ زاویهٔ (د س م) را با اندازهٔ زاویهٔ (ر س ن) مقایسه کنید.

هـ) در اندازهٔ زاویه‌های (د س ن) و (ر س م) چی ارتباط وجود دارد؟

کار خانه‌گی

در کتابچه‌های خویش یک زاویهٔ اختیاری رسم و توسط نقاله اندازهٔ آن را معلوم کنید.

اندازهٔ هر یک از زاویه‌های زیر را توسط نقاله پیدا کنید.



- با استفاده از نقاله زاویه یی که وسعت آن (40°) باشد، رسم کنید.

اقسام زاویه

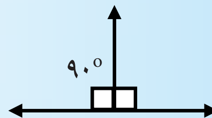
زاویه به سه قسم است.

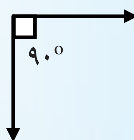
۱- زاویهٔ قایمه ۲- زاویهٔ حاده ۳- زاویهٔ منفرجه

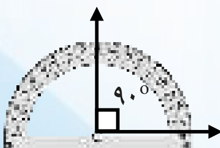
۱- زاویهٔ قایمه

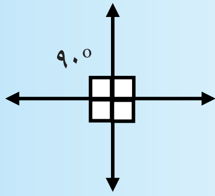
سال گذشته در مورد زاویه قایمه آشنایی حاصل نمودید و توسط پارچهٔ از کاغذ زاویه قایمه را به شکل عملی تهیه نمودید؛ حال زاویه قایمه را چنین تعریف می کنیم.

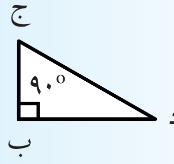
زاویهٔ قایمه: زاویه یی است که وسعت آن ۹۰ درجه باشد، مانند: زاویه‌های زیر:





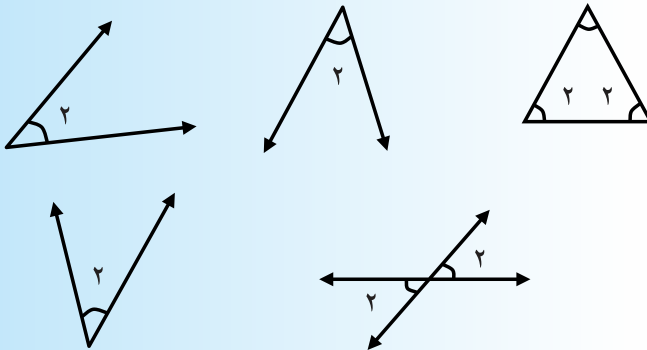






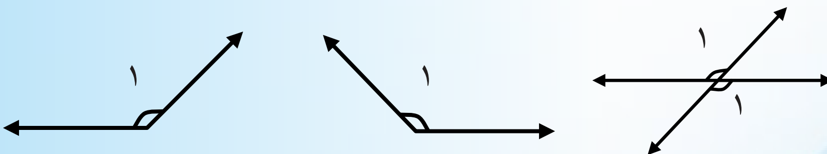
۲- زاویهٔ حاده

زاویه یی که وسعت آن از زاویهٔ قایمه خوردتر یا از۹۰ درجه کمتر باشد، زاویهٔ حاده گفته می‌شود، مانند: زاویه‌های شماره ۲.



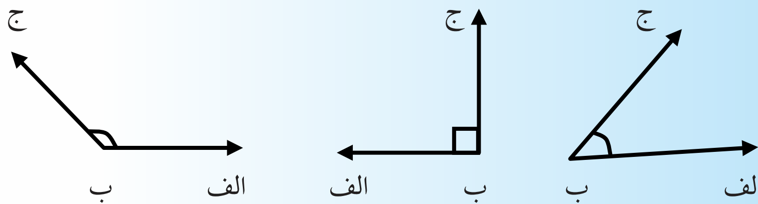
۳- زاویهٔ منفرجه

زاویه یی که وسعت آن از زاویهٔ قایمه بزرگتر یا از ۹۰ درجه زیادتر باشد، زاویه یی منفرجه گفته می‌شود، مانند: زاویه‌های شماره ۱.



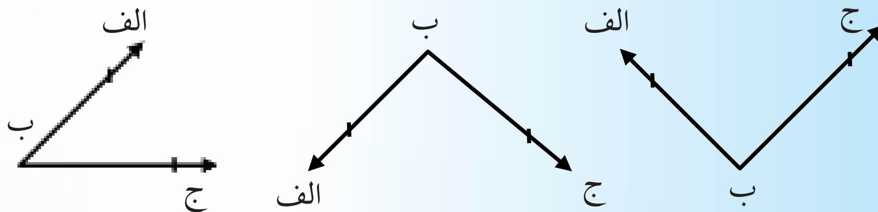
کار خانه‌گی

به کمک نقاله زاویه‌های زیر را در کتابچه‌های خود رسم و در کنار هر زاویه نام آن را بنویسید.

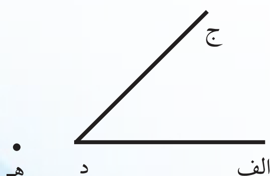




۱- اندازهٔ هر یک از زاویه‌های زیر را توسط نقاله پیدا کنید.



۲- زاویهٔ (الف د ج) را در نظر بگیرید.
به کمک خط کش ضلع (د الف) را به طرف چپ تا نقطهٔ (هـ) امتداد دهید، به شکلی که رسم کرده اید توجه نموده به سؤال‌های زیر جواب دهید.
الف) زاویه‌های (الف د ج) و (هـ د ج) را توسط نقاله اندازه کنید.



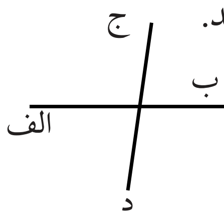
ب) مجموعهٔ زاویه‌های (الف $\hat{د}$ ج) و (هـ $\hat{د}$ ج) چند درجه است؟

۳- زاویهٔ که از ^{o}۹۰ بزرگتر باشد، چی نامیده می‌شود؟

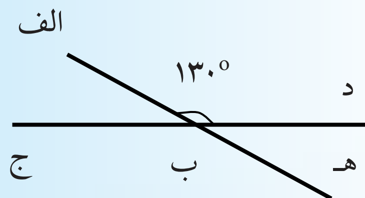
۴- زاویهٔ که از ^{o}۹۰ کوچکتر باشد، چی نامیده می‌شود؟

۵- زاویهٔ ^{o}۹۰ را به نام چی یاد می کنند؟

۶- در شکل مقابل چند زاویه را می‌بینید، هر کدام را توسط نقاله اندازه نموده و مجموع آن‌ها را معلوم کنید.



۷- اندازهٔ زاویه‌ها را توسط نقاله معلوم کنید.

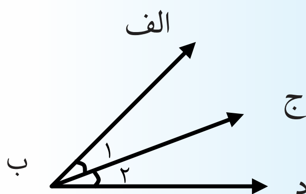


زاویه‌های مجاوره، مکمله، مجاورۀ مکمله، متممه، مجاورۀ متممه و متقابل به رأس

زاویه‌های مجاوره

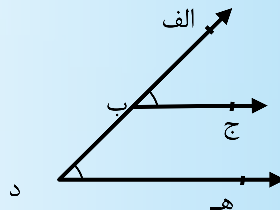
• دو زاویۀ که دارای رأس مشترک و یک ضلع مشترک باشند، به نام چی یاد می‌شود؟

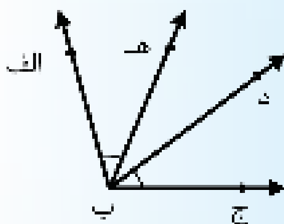
دو زاویۀ که دارای رأس مشترک، ضلع مشترک بوده و به دو طرف ضلع مشترک واقع باشند، به نام زاویه‌های مجاوره یاد می‌شوند، مانند: زاویه‌های $\hat{(1)}$ و $\hat{(2)}$ که دارای رأس مشترک (ب) و ضلع مشترک (ب ج) می‌باشند.

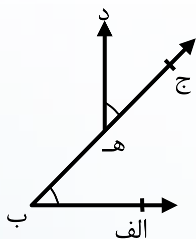


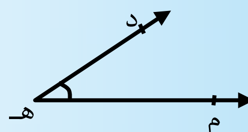
فعالیت

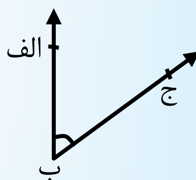
به اشکال زیر توجه کنید و به سؤال‌ها جواب دهید.

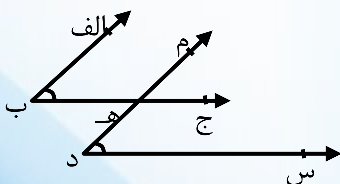








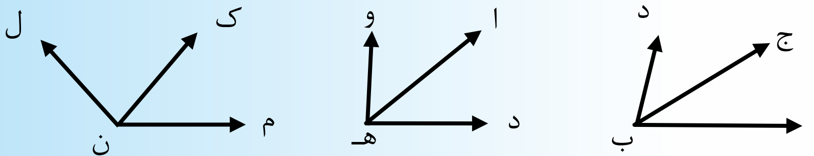




۱- کدام زاویه‌ها دارای رأس مشترک و ضلع مشترک نیستند؟
۲- کدام زاویه‌ها دارای رأس مشترک و ضلع مشترک هستند و به نام چی یاد می‌شوند؟
۳- کدام زاویه‌ها دارای ضلع مشترک هستند و دارای رأس مشترک نیستند؟

کار خانه‌گی

به کمک نقاله سه زاویهٔ مجاورهٔ زیر را در کتابچه‌های خود رسم و نام‌های اضلاع مشترک و رأس‌های مشترک آن‌ها را بنویسید.

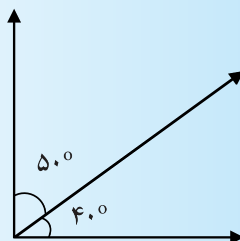


زاویه‌های مکمله و مجاورهٔ مکمله

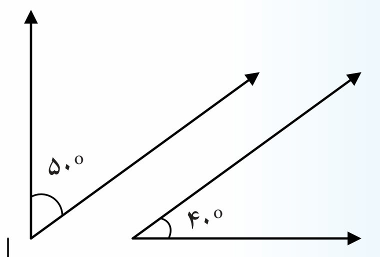


• دو زاویهٔ غیر مجاور که مجموعهٔ وسعت آن‌ها یک قایمه یا 90° باشد، به نام چی یاد می‌شود؟
• دو زاویهٔ مجاور که مجموعهٔ وسعت آن‌ها یک قایمه یا 90° باشد، به نام چی یاد می‌شود؟

دو زاویهٔ غیر مجاوره که مجموع وسعت آن‌ها ۹۰ درجه باشد، به نام زاویه‌های مکمله یاد می‌شوند.
دو زاویهٔ مجاوره که مجموع وسعت آن‌ها ۹۰ درجه باشد، به نام زاویه‌های مجاورهٔ مکمله یاد می‌شوند، مانند: زاویه‌های مکمله و مجاورهٔ مکمله که در اشکال زیر نشان داده شده است.



زاویهٔ مجاورهٔ مکمله



زاویهٔ مکمله

فعالیت

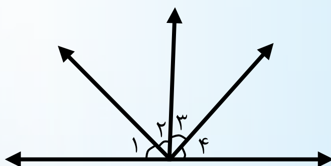
یک زاویهٔ قایمه رسم کنید، توسط نقاله آن را به ۲۰ درجه و ۷۰ درجه تقسیم کنید و نام آن را (الف) بگذارید.
همچنان دو زاویهٔ ۲۰ درجه و ۷۰ درجه را جدا جدا رسم کنید و نام آن‌ها را (ب) بگذارید و به سؤال‌های زیر جواب دهید.

۱- مجموعهٔ زاویه‌های (الف) و (ب) را به طور جداگانه معلوم کنید.
۲- زاویه‌های (الف) و (ب) به کدام نام یاد می‌شوند؟
۳- آیا زاویه‌های (الف) را زاویه‌های مجاورهٔ مکمله گفته می‌توانید؟ چرا؟
۴- آیا زاویه‌های (ب) مجاورهٔ مکمله هستند و یا مکمله؟



کار خانه‌گی

زاویه‌های شکل زیر را اندازه نموده، جوره‌های زاویه‌های مکمله را بنویسید.

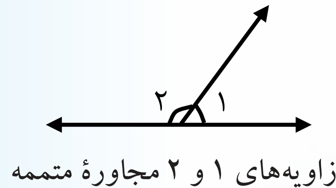


زاویه‌های متممه و مجاورهٔ متممه

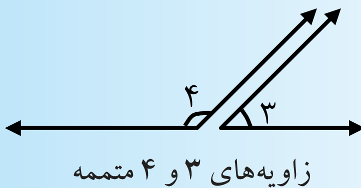


• دو زاویه غیر مجاور که مجموعهٔ وسعت آن‌ها دو قایمه یا ۱۸۰ درجه باشد، به نام چی یاد می‌شود؟
• دو زاویهٔ مجاور که مجموعهٔ وسعت آن‌ها دو قایمه یا ۱۸۰ درجه باشد، به نام چی یاد می‌شود؟

دو زاویهٔ که مجاوره نباشند، اما مجموع وسعت آن‌ها ۱۸۰ درجه باشد، به نام زاویه‌های متممه یاد می‌شوند.
دو زاویهٔ مجاوره که مجموع وسعت آن‌ها ۱۸۰ درجه باشند، به نام زاویه‌های مجاورهٔ متممه یاد می‌شوند،مانند: زاویه‌های زیر:



زاویه‌های ۱ و ۲ مجاورهٔ متممه

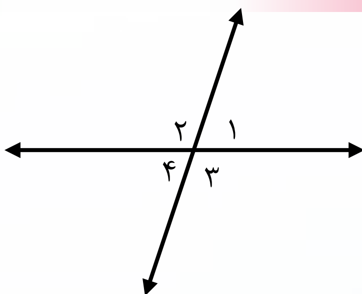


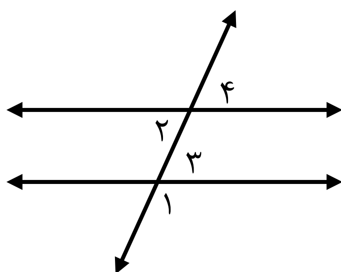
زاویه‌های ۳ و ۴ متممه

فعالیت

۱- شکل مقابل را در نظربگیرید، با استفاده از نقاله و مطابق نمونهٔ وسعت آن جوره زاویه هایی که اندازهٔ شان ۱۸۰ درجه بوده و هم مجاوره باشند را بنویسید.

$\hat{۱} + \hat{۲} = ۱۸۰^\circ$



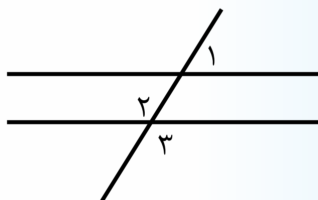


۲- به شکل مقابل توجه کنید، با استفاده از نقاله وسعت زاویه‌های داده شده را معلـوم کنیـد، و آن هایی که مجاوره نبوده اما متممه باشند، نام بگیرید.



کار خانه‌گی

در شکل زیر زاویه‌های ۱، ۲ و ۳ را اندازه کنید و بگویید که کدام جورهٔ آن‌ها متممه اند.

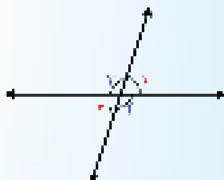


زاویه‌های متقابل به رأس



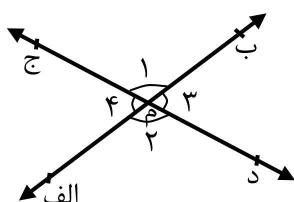
- در نتیجهٔ تقاطع دو خط مستقیم، چند زاویه تشکیل می‌شود ؟
- دو زاویهٔ که از تقاطع دو خط مستقیم در مقابل همدیگر حاصل می‌شوند، به نام چی یاد می‌شوند؟

دو زاویهٔ که دارای رأس مشترک بوده و اضلاع‌شان به امتداد یکدیگر واقع باشند، زاویه‌های متقابل به رأس گفته می‌شوند، زاویه‌های متقابل به رأس با هم مساوی اند، مانند: زاویه‌های (۱، ۲) و (۴، ۳) در شکل زیر :



فعالیت

به شکل زیر توجه کنید و سؤال‌های زیر را جواب بدهید.



۱- اندازهٔ زاویه‌های ۱، ۲، ۳ و ۴ را توسط نقاله معلوم کنید.

۲- زاویه‌های (۱ و ۲)، (۳ و ۴)را به نام کدام زاویه‌ها یاد می‌کنند؟

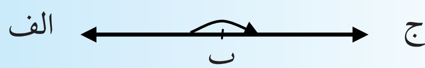
۳- بین زاویه‌های (۱ و ۲) و همچنان زاویه‌های (۳ و ۴) از نقطه نظر اندازه چی ارتباط وجود دارد؟

۴- مجموعهٔ اندازهٔ هر چهار زاویه را معلوم کنید.

۵- نقطهٔ تقاطع خطوط (ب الف) و (د ج) کدام نقطه است؟

زاویهٔ مستقیمه

زاویهٔ است که به یک طرف خط مستقیم قرار داشته و اندازهٔ آن ۱۸۰ درجه باشد، مانند: زاویه (الف ب̂ ج).





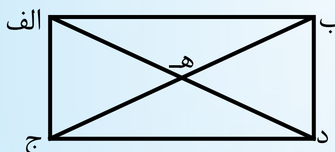
کار خانه‌گی

۱- دو خط متقاطع را طوری رسم کنید که تمام زاویه‌های آن قایمه باشند.

۲- توسط نقاله وسعت تمام زاویه‌های شکل زیر را معلوم کنید و به کمک وسعت زاویه‌ها به سوال‌های زیر جواب دهید.

الف) نام تمام زاویه‌های مجاوره مکمله را بنویسید.

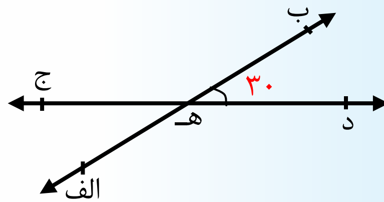
ب) نام تمام زاویه‌های مجاوره متممه را بنویسید.





تمرین

۱- در شکل زیر اندازهٔ زاویه‌های مجاورهٔ متممهٔ، زاویهٔ ۳۰ درجه را پیدا کنید.



۲- در شکل بالا اندازهٔ زاویهٔ متقابل به رأس زاویه ۳۰ درجه، چند درجه است؟

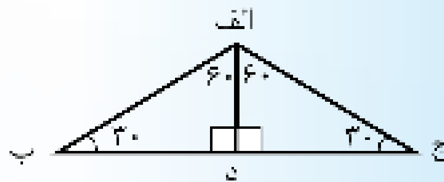
۳- زاویهٔ مکملهٔ هر یک از زاویه‌های زیر را بنویسید.

۳۰° ، ۶۴° ، ۲۳° ، ۶°

۴- زاویهٔ متممهٔ هر یک از زاویه‌های زیر را بنویسید.

۱۳۰° ، ۱۱۰° ، ۳۳° ، ۱۷°

۵-در شکل زیر زاویه‌های مکمله و زاویه‌های مجاورهٔ متممه را نشان دهید.



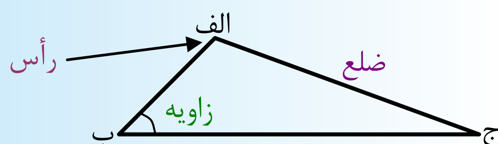
مثلث



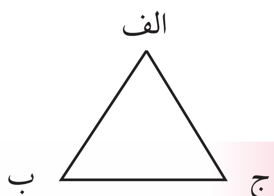
• شکل بستهٔ که توسط سه خط مستقیم به وجود می‌آید، به نام چی یاد می‌شود؟

مثلث شکل بستهٔ است که ذریعهٔ سه قطعه خط به وجود می‌آید. هر یک از قطعه خط‌های مثلث را ضلع مثلث و نقطهٔ اتصال هر دو ضلع را رأس مثلث

گویند. هر مثلث دارای سه ضلع، سه زاویه و سه رأس می‌باشد.



نمایش مثلث: مثلث را توسط سه حرف رأس آن نمایش می‌دهند، مانند: مثلث (الف ب ج) و یا (الف $\overset{\triangle}{\text{ب}}$ ج)



با استفاده از خط‌کش و نقاله یک زاویهٔ قایمه را به رأس (ب) رسم کنید، روی اضلاع قایم زاویه نقاط (ج) و (د) را به طول‌های ۳ سانتی‌متر و ۴ سانتی‌متر جدا کرده و با هم وصل کنید، به سؤال‌های زیر جواب دهید.

۱- شکل ترسیم شده، چند رأس دارد؟

۲- شکل ترسیم شده چی نام دارد؟

۳- زاویه‌های مثلث ترسیم شده را توسط نقاله اندازه نموده و مجموعهٔ آن‌ها را پیدا کنید.

۴- هر سه ضلع مثلث را توسط حرف‌ها نشان دهید و طول ضلع (د ج) را اندازه کنید.



کار خانه‌گی

یک زاویهٔ منفرجه را به رأس (م) رسم کنید و روی اضلاع آن طور دلخواه دو نقطهٔ (د) و (ج) را تعیین نموده با هم وصل کنید، وسعت هر یک از زاویه‌های مثلث را طور جداگانه اندازه نموده و مجموعهٔ هر سه زاویه را معلوم کنید.

اقسام مثلث از لحاظ زاویه



• تا حال چند قسم زاویه را می‌شناسید؟

فعالیت

۱- زاویهٔ قایمه (الف $\hat{ب}$ ج) را رسم کنید و نقاط (الف) و (ج) را با هم وصل کنید.

۲- زاویهٔ منفرجه (د $\hat{س}$ ر) را رسم کنید و نقاط (د) و (ر) را با هم وصل کنید.

۳- زاویهٔ حادهٔ (ذ $\hat{ش}$ ز) را رسم کنید و نقاط (ذ) و (ز) را با هم وصل کنید.

۴- مثلث‌های رسم شده از همدیگر چه تفاوت دارند؟

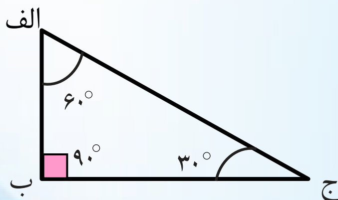
مثلث از نگاه زاویه به سه قسم است.

۱- مثلث قایم الزاویه ۲- مثلث حاده الزاویه ۳- مثلث منفرج الزاویه



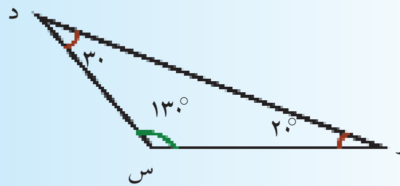
۱- مثلث قایم الزاویه

هر مثلثی که یک زاویهٔ آن قایمه باشد، آن را مثلث قایم الزاویه می گوید، مانند: مثلث (الف ب ج) که در آن زاویهٔ (ب) قایمه بوده و دو زاویهٔ دیگر آن ($\hat{الف}$) و ($\hat{ج}$) حاده می‌باشند.



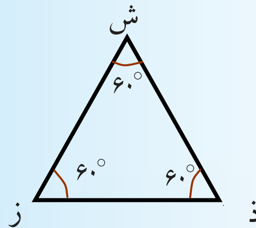
۲- مثلث منفرج الزاویه

هر مثلثی که یک زاویهٔ آن منفرجه باشد، آن را مثلث منفرج الزاویه می گوید، مانند: مثلث (د سˆ ر) که زاویهٔ (سˆ) آن منفرجه بوده و دو زاویهٔ دیگر آن (دˆ) و(جˆ) حاده می‌باشند.



۳- مثلث حاده الزاویه

مثلثی که هر سه زاویهٔ آن حاده باشد، به نام مثلث حاده الزاویه یاد می‌شود، مانند: مثلث (ذ ش ز) که هر سه زاویهٔ آن (ذˆ)، (شˆ)و (زˆ) حاده می‌باشند.



فعالیت

• در گروه‌ها کار کنید.

۱- با استفاده از خط‌کش و نقاله مثلث‌های قایم الزاویه، منفرج الزاویه و حاده الزاویه رسم کنید.

۲- با استفاده از نقاله وسعت تمام زاویه‌های هر مثلث را معلوم کنید.

۳- نام تمام زاویه‌های هر مثلث را نظر به وسعت آن بنویسید.

۴- مجموعهٔ تمام زاویه‌های هر مثلث را حساب و با هم مقایسهٔ کنید.

۵- آیا دو زاویهٔ یک مثلث قایمه یا منفرجه شده می‌توانند؟

۶- آیا در هر نوع مثلث باید دو زاویه حاده موجود باشند؟



کار خانه‌گی

فرق بین مثلث‌های قایم الزاویه، حاده الزاویه و منفرج الزاویه را بنویسید و در اشکال نشان دهید.

اقسام مثلث از لحاظ اضلاع



• اگر تمام اضلاع مثلث طول‌های مختلف داشته باشند، مثلث به نام چی یاد می‌شود؟
• اگر طول تنها دو ضلع مثلث با هم مساوی باشند، مثلث به نام چی یاد می‌شود؟
• اگر طول تمام اضلاع مثلث با هم مساوی باشند، مثلث به نام چی یاد می‌شود؟

مثلث از لحاظ اضلاع به سه قسم است.

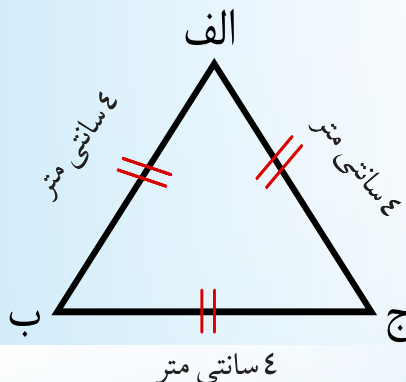
۱- مثلث متساوی الاضلاع
۲- مثلث متساوی الساقین
۳- مثلث مختلف الاضلاع



۱- مثلث متساوی الاضلاع

مثلثی را گویند که طول هر سه ضلع آن با هم مساوی باشند، مانند: مثلث (الف ب ج) که طول هر سه ضلع آن ۴ سانتی متر است.

۴ سانتی متر = الف ج = ب ج = الف ب

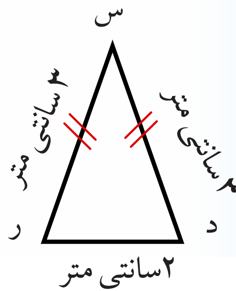


۲- مثلث متساوی الساقین

مثلثی را می گویند که طول دو ضلع آن با هم مساوی باشند، مانند: مثلث (د س ر) که طول تنها دو ضلع آن با هم مساوی است.

۳ سانتی متر = رس = دس

۲ سانتی متر = در



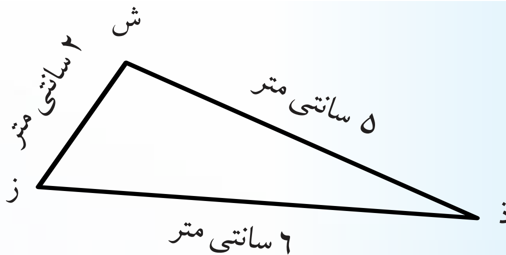
۳- مثلث مختلف الاضلاع

مثلثی را گویند که طول هر سه ضلع آن مختلف باشند، مانند: مثلث (ذ ش ز) که در شکل زیر با طول اضلاع مختلف نشان داده شده است.

۵ سانتی متر = ذش

۲ سانتی متر = زش

۶سانتی متر = ذز

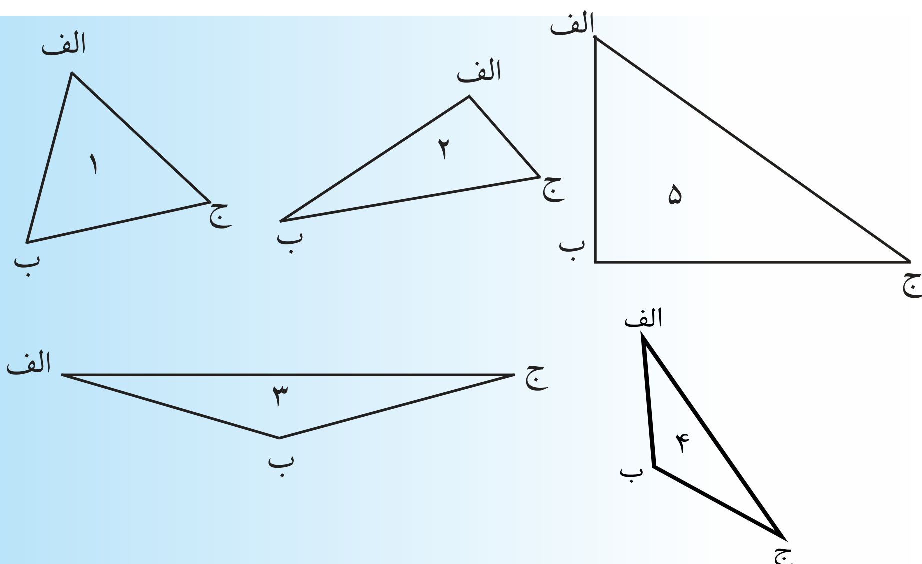


فعالیت

۱- در گروه‌ها با هم کار کنید و به سؤال‌های زیر جواب دهید.

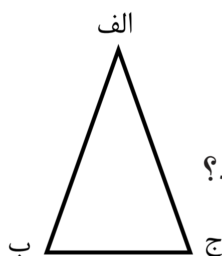
الف) با استفاده از خط کش طول اضلاع مثلث‌های زیر را اندازه کنید.

ب) با در نظر داشت طول اضلاع هر مثلث، نام آن‌ها را مقابل شماره آن، در کتابچه‌های خود بنویسید.



۲- آیا هر مثلث متساوی الاضلاع، متساوی الساقین هم می‌باشد؟

۳- اضلاع و زاویه‌های شکل زیر را اندازه نموده به سؤال‌های زیر جواب دهید.



الف) کدام اضلاع آن با هم مساوی است؟

ب) کدام زاویه‌های آن با هم مساوی است؟

ج) مثلث مذکور از لحاظ اضلاع به نام چی یاد می‌شود؟

د) مثلث مذکور از لحاظ زاویه چی نام دارد؟

۴- یک قطعه خط (ب الف) به طول ۴ سانتی‌متر رسم کنید، به نقطهٔ (ب) آن یک زاویهٔ قایمه رسم کنید، از ضلع دومی آن یک نقطهٔ (ج) را به طول ۴ سانتی‌متر جدا کنید، بعد از آن نقطهٔ (ج) را به (الف) وصل نموده و به سؤال‌های زیر جواب دهید.

الف) هر یک از زاویه‌های مثلث ترسیم شده را اندازه کنید.

ب) طول ضلع (ج الف) مثلث را اندازه نموده، بنویسید که چند سانتی‌متر و چند ملی متر است؟

ج) مثلث ترسیم شده از لحاظ زاویه و اضلاع به نام چی یاد می‌شود؟

۵- یک زاویهٔ قایمه به رأس (ب) رسم کنید؛ سپس روی هر دو ضلع قایم آن ۳ سانتی‌متر و ۴ سانتی‌متر دو نقطهٔ (د) و (ج) را جدا و با هم وصل نمایید، طول ضلع سومی آن را اندازه کنید.
۶- آیا یک مثلث قایم الزاویهٔ متساوی الاضلاع بوده می‌تواند؟ اگر نمی تواند، چرا؟
۷- یک زاویه به رأس (الف) به اندازهٔ (۶۰) درجه رسم کنید، روی اضلاع زاویه نقاط (ب) و (ج) را به اندازهٔ ۵، ۵ سانتی‌متر جدا نموده، نقاط (ب) و (ج) را با هم وصل کنید و با استفاده از خط‌کش و نقاله به سؤال‌های زیر جواب دهید.
الف) هر یک از زاویه‌های مثلث و مجموعه هر سه زاویهٔ آن چند درجه است؟
ب) طول هر یک از اضلاع مثلث را اندازه گیری نموده، بنویسید.
ج) مثلث مذکور از لحاظ زاویه و اضلاع به نام چی یاد می‌شود؟

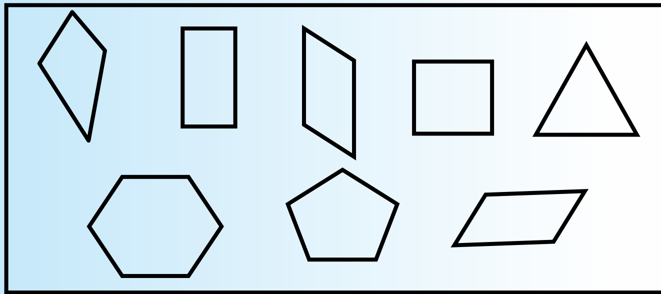


یک مثلث مختلف الاضلاع و یک مثلث متساوی‌الساقین که یک یک زاویهٔ آن 90° باشند را رسم کنید؛ سپس اضلاع و زوایای آن را اندازه کنید.

مضلع

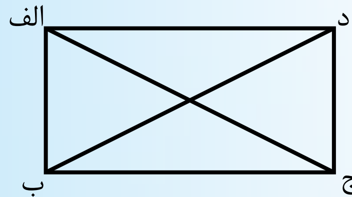
• شکل بستهٔ که از سه و یا اضافه از سه قطعه خط ساخته شده باشد، به نام چی یاد می‌شود؟

شکل بستهٔ که توسط سه قطعه خط و یا اضافه از سه قطعه خط ساخته شده باشد، مضلع نامیده می‌شود، هر یک از قطعه خط‌های مضلع را ضلع مضلع و نقطهٔ یکجا شدن دو قطعه خط را رأس مضلع می گویند، مانند: اشکال زیر.



قطر مضلع

قطعه خطی که دو رأس غیرمجاور یک مضلع را با هم وصل می کند، قطر مضلع نامیده می‌شود، مانند: قطرهای (ج الف) و (د ب).



فعالیت

۱-یک زاویهٔ ۳۰ درجه را به رأس (ب) رسم کنید، روی اضلاع آن به ترتیب دو نقطهٔ (ج) و (د) را به طول ۳ سانتی‌متر مشخص کنید، بعد از آن یک نقطهٔ کیفی (هـ) را به فاصلهٔ ۴ سانتی‌متر از رأس (ب) در وسط زاویه مشخص نموده به نقاط (ج) و (د) وصل کنید و به سؤال‌های زیر جواب بدهید.

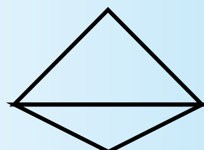
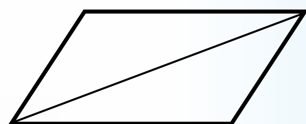
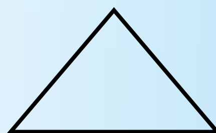
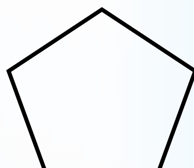
الف) شکل ترسیم شده به نام چی یاد می‌شود؟

ب) هر یک از زاویه‌های مضلع رسم شده را اندازه نموده، بنویسید.

ج) مجموعهٔ زاویه‌های مضلع رسم شده را معلوم کنید.

د) اگر نقطهٔ (هـ) را با نقطهٔ (ب) وصل کنید، قطعه خط (ب هـ) را به نام چی مضلع یاد می کنند؟

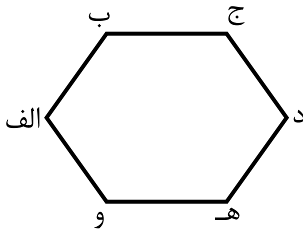
۲- در اشکال زیر بعضی قطرهای مضلع‌ها ترسیم شده اند، قطرهای اشکال داده شده را تکمیل نموده، خانه‌های خالی جدول را پر کنید.

نام چند ضلعی	سه ضلعی یا مثلث	چهارضلعی	پنج ضلعی
تعداد ضلع ها	۳		
تعداد قطرها	۰		



کار خانه گی

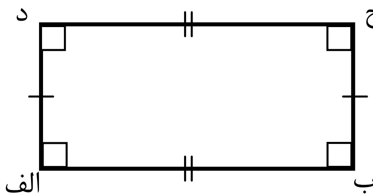


قطرهای شکل مقابل را رسم کنید.
بگویید که چند ضلع، چند رأس، چند زاویه و چند قطر دارد؟

مستطیل

• چهار ضلعی را می‌شناسید که هر چهار زاویهٔ آن قایمه باشد؟

چهار ضلعی یی که هر چهار زاویهٔ آن قایمه و اضلاع مقابل آن دو به دو مساوی و موازی باشند، مستطیل نامیده می‌شود، مانند: مستطیل (الف ب ج د) که:



90° = د̂ = ج̂ = ب̂ = الف̂

ب ج = الف د ، الف ب = د ج

ب ج // الف د ، الف ب // د ج

فعالیت

در گروه‌های کوچک تقسیم شوید و با استفاده از خط کش و نقاله فعالیت زیر را انجام دهید.

یک قطعه خط (الف ب) را به طول ۶ سانتی‌متر رسم کنید و در دو انجام آن دو زاویهٔ قایمه رسم کنید، روی ضلع دومی زاویه‌های قایم، قطعه خطها را به طول ۲، ۲ سانتی‌متر در نقاط (ج) و (د) جدا کنید، نقاط (ج) و (د) را با هم وصل نموده، به سؤال‌های زیر جواب دهید.

۱- طول قطعه خط (ج د) چند سانتی‌متر است؟

۲- هر یک از زاویه‌های شکل رسم شده، چند درجه است؟

۳- شکل رسم شده چند رأس، چند زاویه و چند ضلع دارد، کـدام اضلاع آن با هم مساوی اند؟

۴- اگر اضلاع (الف ب) و (د ج) به دو طرف امتداد داده شوند، یکدیگر را قطع می کنند، یا خیر؟
۵- اضلاع (الف ج) و (ب د) موازی هستند یا متقاطع؟
۶- شکل حاصله چی نام دارد؟



کار خانه گی

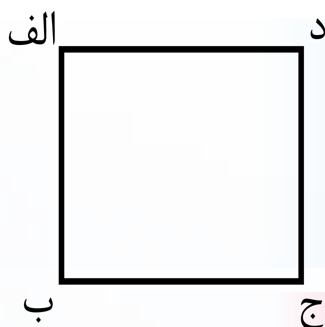
یک مستطیل رسم کنید که طول آن ۴ سانتی‌متر و عرض آن ۲ سانتی‌متر باشد.

مربع



• شما شکل مربع را می‌شناسید، کی فرق مربع و مستطیل را گفته می‌تواند؟

چهار ضلعی یی که هر چهار زاویهٔ آن قایمه و هر چهار ضلع آن با هم مساوی باشد مربع نامیده می‌شود، مانند: مربع (الف ب ج د).



الفˆ = بˆ = جˆ = دˆ = ۹۰°

الف د = ج د = ب ج = الف ب

الف د // ج د ، ب ج // الف ب

فعالیت

یک قطعه خط (الف ب) به طول ۵ سانتی‌متر رسم کنید، در انجام‌های قطعه خط مذکور دو زاویهٔ قایمه رسم کنید. روی اضلاع دومی زاویه‌های مذکور به طول ۵ سانتی‌متر نقاط (ج) و (د) را نشانی کرده با هم وصل کنید. به شکل ترسیم شده دقت کنید، حدس بزنید که چی نام دارد؛ سپس به سؤال‌های زیر جواب دهید.

۱- طول قطعه خط (ج د) چند سانتی‌متر است؟
۲- طول قطعه خط‌های شکل ترسیم شده با هم چی ارتباط دارند؟
۳- دو زاویهٔ رسم شدهٔ دیگر چند درجه اند و هر چهار زاویه با هم چی ارتباط دارند؟
۴- شکل ترسیم شده نظر به خصوصیات اضلاع و زاویه‌ها به نام چی یاد می‌شود؟
۵- بین اضلاع و زاویه‌های یک مربع چی ارتباط وجود دارد؟
۶- اگر نقطهٔ (الف) را به (د) و (ج) را به (ب) وصل کنیم، قطعه خط‌های (د الف) و (ب ج) را به نام چی یاد می‌کنند؟
۷- قطرهای مذکور را اندازه نموده، مقایسه کنید و بگویید که با هم چی ارتباط دارند.



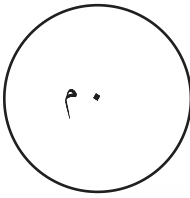
کار خانه‌گی

یک مربع را با قطرهای آن رسم کنید که طول یک ضلع آن ۴ سانتی‌متر باشد. طول قطرهای مربع را توسط خط‌کش، اندازه کنید و بگویید این قطرها از لحاظ طول با هم چی ارتباط دارند؟

دایره

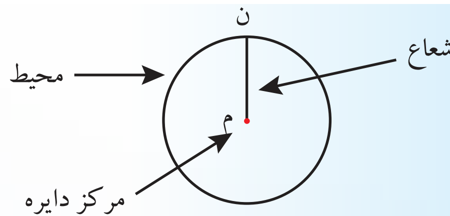


• آیا می‌دانید شکل ذیل چی نام دارد؟
• برای این‌که شما یک دایره را رسم نمایید، چی می کنید؟



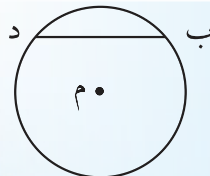
فعالیت

یک سر تار را به قلم پنسل بسته کنید و سر دیگر آن را به شکل یک حلقه گره بزنید بعد یک سنجاق را داخل حلقه نموده، سنجاق را روی کاغذ نصب کنید و دور آن، قلم پنسل را یک دور مکمل بدهید. منحنی بسته که از اثر نوک پنسل به روی صفحۀ کاغذ رسم می‌شود دایره می‌باشد؛ پس گفته می‌توانیم که : دایره منحنی بستۀ است که تمام نقاط آن از یک نقطۀ ثابت فاصلۀ مساوی داشته باشد. منحنی بسته را محیط دایره، نقطۀ ثابت را به نام مرکز دایره و قطعه خطی که محیط دایره را به مرکز آن وصل می‌نماید، شعاع دایره نامیده می‌شود، مانند: دایره زیر که در آن محیط، مرکز و شعاع آن نشان داده شده است .



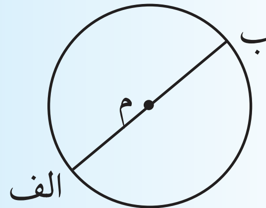
وتر دایره

قطعه خطی که دو نقطۀ محیط دایره را با هم وصل می کند، وتر دایره گفته می‌شود، مانند: وتر $\overline{\text{د ب}}$ در دایره زیر.



قطر دایره

قطعه خطی که از مرکز دایره گذشته و دو نقطهٔ محیط را با هم وصل می کند، قطر دایره نامیده می‌شود، مانند: قطر (ب الف) .



قطر دایره مساوی به دو چند شعاع آن است، یعنی: شعاع × ۲ = قطر .

فعالیت

با استفاده از پرکار و خط‌کش یک دایره و سه وتر آن را طوری رسم کنید که یک وتر آن از مرکز دایره بگذرد. هر وتر را توسط دو حرف نشان دهید و به سؤال‌های زیر جواب دهید.

۱- طول هر وتر را اندازه کنید، طویلترین وتر آن کدام است. و بگویید که به چی نام یاد می‌شود؟

۲-طول وتر طویل (قطر) را با شعاع همان دایره مقایسه کنید.

۳- به کمک خط‌کش ۳ قطر و ۳ وتر دیگر دایره را رسم کنید.

۴-در یک دایره چند وتر و چند قطر رسم کرده می‌توانید؟



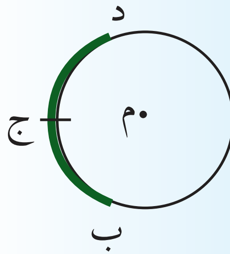
کار خانه‌گی

یک دایره رسم کنید و در آن مرکز، محیط، شعاع، قطر و وتر دایره را نشان دهید.

قوس دایره

• قسمتی از محیط دایره، چه نوع خط را می‌سازد؟
• آن قسمت دایره که توسط وتر جدا می‌شود، به نام چی یاد می‌شود؟
• آن یک قسمت از دایره که توسط دو شعاع دایره جدا می‌شود، به نام چی یاد می‌شود؟

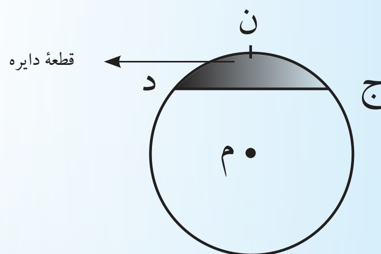
یک حصهٔ از محیط دایره را قوس دایره می‌نامند، مانند: قوس (د ج ب) و این طور نشان داده می‌شود، قوس (د ج ب) یا (د⌒ج ب).





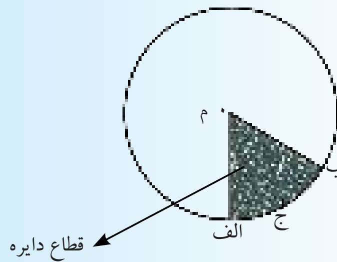
قطعهٔ دایره

یک حصهٔ از سطح دایره که توسط قوس دایره و وتر مربوط آن احاطه شده باشد، قطعهٔ دایره نامیده می‌شود، مانند: ساحهٔ که توسط قوس (ج ن د) و وتر (ج د) احاطه شده است.



قطاع دایره

یک حصهٔ از سطح دایره که توسط دو شعاع و قوس مربوط آن احاطه شده باشد، قطاع دایره گفته می‌شود، مانند: ساحهٔ پرداز شده که توسط شعاع‌های (الف م) و (ب م) و قوس (ب ج الف) احاطه شده است.



فعالیت

یک دایره رسم کنید، یک حصهٔ محیط (قوس) آن را توسط (ق ج س) مشخص نموده و به سؤال‌های زیر جواب دهید.

الف) اگر نقطهٔ (ق) را به نقطهٔ (س) وصل کنید، قطعه خط (س ق) به چی نام یاد می‌شود؟

ب) ساحهٔ که توسط قوس (س ج ق) و وتر (س ق) احاطه شده، به نام چی یاد می‌شود؟

ج) اگر نقاط (ق) و (س) را به مرکز دایره وصل کنید، قسمتی که توسط این دو شعاع و قوس مربوط آن جدا می‌گردد، به نام چی یاد می‌شود؟



کار خانه‌گی

یک دایره رسم کنید و در آن مرکز، محیط، شعاع، وتر، قوس، قطر، قطعه و قطاع دایره را نشان دهید.



تمرین

با استفاده از پرکار یک دایرهٔ به شعاع ۵ سانتی‌متر رسم کنید و جواب سؤال های زیر را در آن نشان دهید.

الف) در یک دایره چند مرکز را دیده می‌توانید؟

ب) در یک دایره چند شعاع و چند وتر رسم کرده می‌توانید؟

ج) در یک دایره چند قطر رسم کرده می‌توانید؟

د) اگر بگوییم شعاع دایره نصف قطر آن است، آیا صحیح گفته ایم یا نه؟

هـ) اگر بگوییم در یک دایره بزرگترین وتر، قطر آن است، آیا صحیح گفته ایم یا نه؟

و) دایره منحنی باز است یا بسته؟

ز) اگر بگوییم در مقابل عین قوس، قطعه دایره کوچکتر از قطاع آن است، آیا صحیح گفته ایم یا نه؟

۲- یک قطعه خط (د م) رسم کنید، به نقطهٔ (م) آن یک زاویهٔ ۶۰ درجه رسم نمایید، نقطهٔ (م) را مرکز گرفته به شعاع (د م) یک دایره رسم کنید، نقطهٔ تقاطع محیط وضلع دومی زاویهٔ را (ج) بگوید و آن را به نقطهٔ (د) وصل نموده و به سؤال‌های زیر جواب دهید.

الف) هر یک از زاویه‌های مثلث ترسیم شده را اندازه نمایید، بگویید مثلث از لحاظ زاویه به نام چی یاد می‌شود؟

ب) هر یک از اضلاع مثلث را اندازه نموده، بگویید مثلث از لحاظ اضلاع

به چی نام یاد می‌شود.

ج) شعاع (د م) را با وتر (د ج) مقایسه نموده، به خانهٔ خالی زیر یکی از
علامه‌های(=، < ویا >) را بنویسید.   د ج ☐ د م
د: رأس زاویهٔ (د م ج) به کدام حصهٔ دایره قرار دارد؟

فصل چهارم

بزرگترین قاسم مشترک و کوچکترین مضرب مشترک

برای این که بزرگترین قاسم مشترک و کوچکترین مضرب مشترک دو و یا چند عدد را دریافت کرده بتوانیم، لازم است که نخست قابلیت‌های تقسیم بر اعداد، مفاهیم قاسم و مضرب یک عدد و اعداد اولیه و غیر اولیه را بدانیم.

قابلیت تقسیم بر ۲، ۳، ٦، ۵ و ۱۰



- آیا عدد ۲۱۰ به اعداد ۲ و ۳ پوره قابل تقسیم است یا خیر؟
- آیا مجموعۀ ارقام عدد ۲۴۵۱ را پیدا کرده می‌توانید؟

قابلیت تقسیم بر ۲: هر عددی که رقم یک‌های آن جفت و یا صفر باشد، بر عدد ۲ پوره قابل تقسیم می‌باشد، مانند: اعداد ۳۴۲، ۶۳۴، ۷۹۰، ۵۹۸، ۳۲۷۲ بر عدد ۲ پوره قابل تقسیم اند؛ زیرا رقم یک‌های آن جفت یا صفر است.

برای امتحان:

۶۳۴ ÷ ۲ = ۳۱۷ ، ۳۴۲ ÷ ۲ = ۱۷۱

۳۲۷۲ ÷ ۲ = ۱۶۳۶ ، ۵۹۸ ÷ ۲ = ۲۹۹ ، ۷۹۰ ÷ ۲ = ۳۹۵

قابلیت تقسیم بر ۳: هر عددی که مجموع ارقام آن بر ۳ پوره تقسیم شود، آن عدد بر ۳ پوره تقسیم می گردد، مانند: اعداد ۵۷۳ ، ۸۴۳، ۴۲۶، ۳۲۴۶ بر عدد ۳ پوره قابل تقسیم اند؛ زیرا حاصل جمع ارقام آن‌ها که بر عدد ۳ پوره تقسیم می‌شود، یعنی:

۴ + ۲ + ۶ = ۱۲ ، ۸ + ۴ + ۳ = ۱۵ ، ۵ + ۷ + ۳ = ۱۵

۳ + ۲ + ۴ + ۶ = ۱۵

برای امتحان:

۴۲۶ ÷ ۳ = ۱۴۲ ، ۸۴۳ ÷ ۳ = ۲۸۱ ، ۵۷۳ ÷ ۳ = ۱۹۱

۳۲۴۶ ÷ ۳ = ۱۰۸۲



قابلیت تقسیم بر ٦: عددی که همزمان بر اعداد ۲ و ۳ پوره قابل تقسیم باشد، بر عدد ۶ نیز پوره قابل تقسیم است، مانند: اعداد ۲۳۱۰، ۳۲۴۶، ۱۸، ۲۲۸ که بر عدد ۶ پوره قابل تقسیم اند؛ زیرا هر یک آن‌ها بر عدد ۲ و هم بر عدد ۳ پوره تقسیم می‌شوند، یعنی :

$۲۳۱۰ \div ۲ = ۱۱۵۵$ وهم $۲۳۱۰ \div ۳ = ۷۷۰$

بنابرآن $۲۳۱۰ \div ۶ = ۳۸۵$

$۳۲۴۶ \div ۲ = ۱۶۲۳$ وهم $۳۲۴۶ \div ۳ = ۱۰۸۲$

بنابرآن $۳۲۴۶ \div ۶ = ۵۴۱$

$۱۸ \div ۲ = ۹$ وهم $۱۸ \div ۳ = ۶$

بنابرآن $۱۸ \div ۶ = ۳$

$۲۲۸ \div ۲ = ۱۱۴$ وهم $۲۲۸ \div ۳ = ۷۶$

بنابرآن $۲۲۸ \div ۶ = ۳۸$

فعالیت

در جاهای خالی اعداد مناسب را بنویسید.

۱۲۹، ۳۰۰، ۴۸، ۴۸۳، ۵۴۲، ۳۹۶، ۶۹۳ ، ۳۰۴ ، ۸۲

اعدادی که بر ۲ پوره قابل تقسیم اند، عبارت اند از:

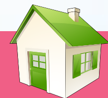
______، ______، ______، ______، ______، ______،

اعدادی که بر ۳ پوره قابل تقسیم اند، عبارت اند از:

______، ______، ______، ______، ______، ______،

اعدادی که بر ۶ پوره قابل تقسیم اند، عبارت اند از:

______، ______، ______،



کار خانه‌گی

سه عدد را بنویسید که همزمان بر (۲ , ۳ و ۶) پوره قابل تقسیم باشند.



تمرین

اعداد زیر را به دقت بخوانید و بگویید که کدام یک آن بر عدد ۲ ، کدام یک بر عدد ۳ و کدام یک آن بر عدد ۶ پوره قابل تقسیم است ۷۹۲، ۸۵۰، ۲۵۸، ۴۳۲۶، ۳۲۱، ۶۲۲، ۱۵۲۲، ۷۳۲۰

۲ - زیر اعدادی که بر ۲ پوره قابل تقسیم اند، خط بکشید.
. ۱۰۰۵ ، ۵۶۹۷، ۷۲۰۲۰ ، ۶۱۳۵ ، ۱۰۰۰ ، ۲۰۱۶ ، ۷۲۴

۳ - دور اعدادی را که بر ۳ پوره قابل تقسیم اند، حلقه نمایید.
۵۶۳۲ ، ۱۷۱۱۲ ، ۶۲۳۱۳ ، ۵۱۳۶، ۱۰۰۲ ، ۲۷۶۱، ۳۵۵

۴- با استفاده از رقم‌های ۳، ۴ و ۵، شش عدد سه رقمی‌یی بنویسید که بالای عدد ۳ پوره قابل تقسیم باشند.

۵- دور اعدادی را که بر ۶ پوره قابل تقسیم اند، حلقه نمایید.
۷۳۶۸ ، ۵۴۹ ، ۹۴۸۴ ، ۷۶۲۰، ۴۳۲۵ ، ۳۰۰ ، ۳۹۶

۶- تمام اعداد سه رقمی را بنوسید که فقط متشکل از ارقام ۰، ۲ و ۷ بوده بر و ۲ و ۳ پوره قابل تقسیم باشند.

۷- عوض هر یک از ستاره‌های که در وسط یا اخیر اعداد قرار دارد کدام رقم نوشته شود، تا اعداد حاصله بر ۳ پوره تقسیم شود.
۵*۲، *۶۴ و ۱۴*

۸- سه عددی را پیدا کنید که فقط متشکل از رقم ۱ بوده و بر ۳ پوره قابل تقسیم باشد.

۹-عوض هر یک از ستاره‌های که در وسط، اول و ختم اعداد آمده است کدام رقم نوشته شود، تا اعداد حاصله بر ۶ پوره تقسیم شوند. ۶*۲ ، *۴۲ و *۶۰

قابلیت تقسیم بر ۵: اعدادی که رقم یک‌های آن صفر یا ۵ باشد، بر عدد ۵ پوره تقسیم می گردد، طورمثال : اعداد ۹۰۰۵، ۸۱۷۰، ۱۲۴۵، ۱۰۰۰، ۳۱۰۵ بر عدد ۵ پوره تقسیم می گردد؛ زیرا رقم یک‌های آن‌ها صفر یا ۵ است.

برای امتحان: ۱۸۰۱ = ۵ ÷ ۹۰۰۵ ، ۱۶۳۴ = ۵ ÷ ۸۱۷۰

۲۴۹ = ۵ ÷ ۱۲۴۵ ، ۲۰۰ = ۵ ÷ ۱۰۰۰ ، ۶۲۱ = ۵ ÷ ۳۱۰۵

قابلیت تقسیم بر ۱۰: عددی که رقم یک‌های آن صفر باشد، بر عدد ۱۰ پوره تقسیم می گردد، طور مثال: اعداد ۱۸۹۰، ۲۷۰، ۳۵۶۰، ۱۰۰۰ بر عدد ۱۰ پوره تقسیم می‌شوند؛ زیرا رقم یک‌های آن‌ها صفر است.

۲۷ = ۱۰ ÷ ۲۷۰ ، ۳۵۶ = ۱۰ ÷ ۳۵۶۰

۱۰۰ = ۱۰ ÷ ۱۰۰۰ ، ۱۸۹ = ۱۰ ÷ ۱۸۹۰

فعالیت

تمام اعداد را از ۱ الی ۳۰ به ترتیب بنویسید. با استفاده از قابلیت تقسیم بر ۵ و ۱۰، در جاهای خالی اعداد مناسب آن را بنویسید.

اعدادی که بر ۵ پوره قابل تقسیم می‌باشند، عبارت انداز:

______ ، ______ ، ______ ، ______ ، ______ ، ______ ،

اعدادی که بر ۱۰ پوره قابل تقسیم می‌باشند، عبارت انداز:

______ ، ______ ، ______ ،

اعدادی که بر ۵ و ۱۰ پوره قابل تقسیم می‌باشند، عبارت انداز:

______ ، ______ ، ______ ،



کار خانه‌گی

کدام یک از اعداد ذیل بر ۵ و کدام یک آن‌ها بر ۱۰ پوره تقسیم می‌شود به طور جداگانه بنویسید.

۹۰۰ ، ۶۴۵۵ ۸۳۲۰، ۶۳۷۰، ۹۵۴۵، ۱۰۰۰، ۸۳۲۵



تمرین

۱- عددهای زیر را به دقت بخوانید؛ سپس دور اعدادی که بر ۵ پوره قابل تقسیم اند، حلقه کنید.

۴۶۵۰، ۹۰۷۱، ۱۰۰۱۷، ۶۳۰، ۷۴۳۲۵، ۲۱۱۹، ۴۱۰۰۰، ۹۰۰۵، ۲۰۱۱۵

۲- اعداد ۹۰۰۱، ۶۰۰۰، ۷۱۰۰، ۵۱۵، ۱۰۰۰، ۸۰۳۵، ۷۶۵۳، ۶۰۰۲، را در نظر بگیرید و به سؤال‌های زیر جواب دهید.

الف) کدام اعداد بر ۵ و ۱۰ پوره قابل تقسیم اند؟ چرا؟

ب) کدام اعداد بر ۵ و ۱۰ پوره قابل تقسیم نیستند؟ چرا؟

۳- پنج عددی بنویسید، که بر ۵ پوره تقسیم شود.

۴- پنج عدد بنویسید که بر ۱۰ پوره تقسیم شود.

۵- پنج عددی را بنویسید، که بر ۵ و ۱۰ پوره تقسیم شود.

۶- اعداد سه رقمی را بنویسید، که فقط متشکل از ارقام ۰، ۱ و ۵ بوده و بر ۵ و ۱۰ پوره قابل تقسیم باشد.

۷- دو عدد را بنویسید، که همزمان بر ۲، ۳، ۶، ۵، و ۱۰ قابلیت تقسیم را داشته باشند.

مفاهیم قاسم و مضرب



اگـر در یـک عملیـۀ تقسـیم باقی‌مانـده صفـر شـود، یعنـی: مقسـوم بـر مقسـوم علیـه پـوره تقسـیم شـود، در ایـن صـورت مقسـوم و مقسـوم علیـه را بـه کـدام نـام یـاد می کننـد؟

بـرای شـناختن مفهـوم قاسـم یـک عـدد، طـور مثال عـدد ۴ را در نظـر می گیریـم، عـدد ۴ بـر عـدد (۲) پـوره تقسـیم می‌شـود. در ایـن جـا عـدد (۲)را قاسـم عـدد (۴) می گوینـد و از طـرف دیگـر عـدد (۴) بـر عـدد (۱) پـوره تقسـیم می‌شـود کـه عـدد(۱) را نیـز قاسـم عـدد (۴) می گوینـد و همچنـان عـدد (۴) بـر عـدد (۴) نیـز پـوره تقسـیم می‌شـود؛ پـس عـدد (۴) را هـم قاسـم عـدد (۴) می‌نامنـد.

بنابـر ایـن می‌توانیـم، بنویسـیم کـه قاسـم‌های عـدد (۴) عبـارت انـد از ۱، ۲ ،۴؛ امـا عـدد ۳ قاسـم عـدد (۴) نمـی باشـد؛ زیـرا عـدد (۴) بـالای عـدد (۳) پـوره تقسـیم نمی‌شـود؛ لیکـن اگـر عـدد (۶) را بـر عـدد ۳ تقسـیم کنیـم، پـوره تقسـیم می‌شـود؛ پـس عـدد ۳ یـک قاسـم عـدد ۶ می‌باشـد؛ امـا عـدد ۵ قاسـم ۶ نیسـت؛ زیـرا عـدد ۶ بـر عـدد ۵ پـوره تقسـیم نمـی شـود؛

بنابر آن: ۶، ۳، ۲، ۱ = قاسم‌های عدد ۶

حالا اگر عدد ۸ را در نظر بگیریم، قاسم‌های عدد ۸ عبارت اند از:

۸، ۴، ۲، ۱ = قاسم‌های عدد ۸

اما هیچ کدام از اعداد ۳، ۵ و ۷ قاسم عدد ۸ نیست.

بـرای شـناختن مفهـوم مضـرب یـک عـدد، اگـر یـک عـدد را بـه ترتیـب در اعـداد ۱ . ۲، ۳، ۴،... ضـرب نماییـم یـک چنـد، دو چنـد، سـه چنـد،

چهار چند، ... آن عدد به دست می‌آید، همین یک چند، دو چند، سه چند، چهارچند، ... آن عدد را مضرب‌های همان عدد گویند، طورمثال: اگرعدد ۲ را به ترتیب در اعداد ۱، ۲، ۳، ۴ ، .... ضرب نماییم، یک چند عدد ۲ (۲=۲×۱)، دو چند عدد ۲، (۴=۲×۲) سه چند عدد ۲، (۶=۲×۳)، چهار چند عدد ۲، (۸=۲×۴) به دست می‌آید که همین اعداد ۲، ۴، ۶، ۸... را مضرب‌های عدد۲ می‌گویند، پس می‌توانیم بنویسیم که:

...، ۸، ۶، ۴، ۲ = مضرب‌های عدد ۲

فعالیت

۱- قاسم‌های هر عدد زیر را در جاهای خالی آن بنویسید.

قاسم‌های عدد ۹ = ___ ، ___ ، ___ ،

قاسم‌های عدد ۱۰ = ___ ، ___ ، ___ ، ___ ،

۲- آیا عدد ۵ قاسم عدد ۴۵ است؟چرا؟ ....

۳- آیا ۱۶ قاسم عدد ۸ است؟چرا؟ ....

۴- در جاهای خالی سه مضرب دیگر عددهای ۴، ۷ و ۹ را بنویسید.

مضرب‌ها ی عدد ۴ = ۴ ،۸ ، ___ ، ___ ، ___

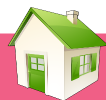
مضرب‌های عدد ۷ = ۷ ،۱۴ ، ___ ، ___ ، ___

مضرب‌های عدد ۹ = ۹ ،۱۸ ، ___ ، ___ ، ___

۵- با در نظر داشت فعالیت بالا کدام عدد هم مضرب ۴ و هم مضرب عدد ۷ است؟

۶- آیا عدد ۴۴ مضرب عدد ۱۱ است؟

۷- سه مضرب عدد ۱۱ را بنویسید.



کار خانه‌گی

۱- تمام قاسم‌های عدد ۳۰ را به ترتیب زیاد شدن بنویسید.

۲- از اعداد ۷۵، ۶۸، ۶۳ ، ۵۱، ۴۲، ۳۴، ۲۱، ۲۴، ۱۶، ۱۴ اعدادی را انتخاب کنید که:

الف) مضرب عدد ۲ باشد.

ب) مضرب عدد ۷ باشد

ج) مضرب عدد ۸ باشد.

د) مضرب عدد ۱۷ باشد.



تمرین

۱- آیا عدد ۷ قاسم عدد ۲۸ است؟ چرا؟

۲- آیا عدد ۵ قاسم عدد ۱۶ است؟ چرا؟

۳- قاسم‌های عدد ۱۲ را بنویسید.

۴- آیا عدد ۳ قاسم عدد ۵ است؟ چرا؟

۵- آیا عدد ۴۵ مضرب عدد ۹ است؟چرا؟

۶- آیا عدد ۲۵ مضرب عدد ۷ است؟چرا؟

۷- آیا عدد ۵۶ مضرب عدد ۸ است؟چرا؟

۸- آیا عدد ۱۰۰ مضرب عدد ۹ است؟چرا؟

۹-آیا عدد ۳۵ بر عدد ۵ پوره تقسیم می‌شود؟ عدد ۵ به کدام نام و عدد ۳۵ به کدام نام یاد می‌شود؟

۱۰- از اعداد زیر، اول قاسم‌های اعداد ۲۰ و ۱۶ را و سپس مضرب‌های اعداد ۴ و ۳ را بنویسید.

۲۰, ۱۸, ۱۶ , ۱۴, ۱۲, ۱۰ , ۸ , ۶ , ۴ , ۲

۱۱- قاسم‌های عدد ۹، ۱۲، ۲۵ و ۱۱ را بنویسید.

۱۲- مضرب‌های دو رقمی اعداد ۸ و ۱۱ را طور جداگانه بنویسید.

۱۳– اعداد دو رقمی را بنویسید که:

الف) قاسم‌های ۱۰۰ باشند.

ب) مضرب‌های ۲۵ باشند.

۱۴– از جملهٔ اعـداد ۱۷۴، ۱۷۸، ۱۹۱، ۳۱۵، ۳۲۰، ۳۴۶، ۴۲۵، ۴۷۵ اعدادی را دریابیـد که:

الف) مضرب ۲ باشند.

ب) مضرب ۵ باشند.

۱۵– از اعداد ۵۰، ۲۴، ۳۶، ۲، ۶، ۴، و ۱۲ قاسم‌های عدد ۱۲ را دریافت نموده و بنویسید؛ سپس مضرب‌های عدد ۱۲ را نشانی نموده و بنویسید.

اعداد اولیه و غیر اولیه (مرکب)



- اعدادی که تنها دو قاسم دارند، به نام چی یاد می‌شوند؟
- اعدادی که بیشتر از دو قاسم دارند، به نام چی یاد می‌شوند؟

به اعداد زیر توجه کنید:

۸ ، ۷، ۶، ۴، ۳، ۲

بنابر معلومات قبلی می‌توانیم بنویسیم که:

۳، ۱ = قاسم‌های عدد ۳ ۲، ۱ = قاسم‌های عدد ۲

۶، ۳، ۲، ۱= قاسم‌های عدد ۶ ۴، ۲، ۱= قاسم‌های عدد ۴

۸، ۴، ۲، ۱ = قاسم‌های عدد ۸ ۷، ۱ = قاسم‌های عدد ۷

هرگاه به قاسم‌های اعداد فوق دقت شود، دیده می‌شود که اعداد ۲، ۳ و ۷ هر یک دارای ۲ قاسم، یعنی: خود عدد و عدد یک و در اعداد ۴، ۶ و ۸ هر یک علاوه از دو قاسم، دارای قاسم‌های دیگر نیز می‌باشند.
بنابر آن اعداد، مانند: ۲، ۳ و ۷ را به نام اعداد اولیه و اعداد، مانند: ۴، ۶ و ۸ را به نام اعداد غیر اولیه (مرکب) یاد می کنند.
بنابر آن می‌توانیم بنویسیم که:

اعداد اولیه: اعدادی را گویند که فقط دارای دو قاسم که عبارت از خود عدد و عدد (۱) است، می‌باشند.

اعداد غیر اولیه: (مرکب): اعدادی را گویند که بیش از ۲ قاسم داشته باشند، یعنی: غیر از یک و خودش به اعداد دیگر نیز پوره قابل تقسیم باشند.

خوردترین عدد اولیه عبارت از ۲ است و این یگانه عدد اولیه است که جفت می‌باشد؛ اما تمام اعداد اولیهٔ دیگر، طاق می‌باشند.
در بین اعداد، عددی هم وجود دارد که نه به اعداد اولیه و نه به اعداد غیر اولیه (مرکب) مربوط می‌شود، این عدد عبارت از عدد (۱) می‌باشد، زیرا عدد(۱) فقط دارای یک قاسم است و بس.

در جدول زیر دیده می‌شود که اعداد از ۱ الی ۱۰۰ به ترتیب نوشته شده اند، تمام اعدادی که به دورآن حلقه کشیده شده است، به نام اعداد اولیه یاد می‌شوند؛ زیرا این‌ها اعدادی اند که فقط به عدد (۱) و خود شان پوره قابل تقسیم می‌باشند.

۱	**۲**	**۳**	۴	**۵**	۶	**۷**	۸	۹	۱۰
۱۱	۱۲	**۱۳**	۱۴	۱۵	۱۶	**۱۷**	۱۸	**۱۹**	۲۰
۲۱	۲۲	**۲۳**	۲۴	۲۵	۲۶	۲۷	۲۸	**۲۹**	۳۰
۳۱	۳۲	۳۳	۳۴	۳۵	۳۶	**۳۷**	۳۸	۳۹	۴۰
۴۱	۴۲	**۴۳**	۴۴	۴۵	۴۶	**۴۷**	۴۸	۴۹	۵۰
۵۱	۵۲	**۵۳**	۵۴	۵۵	۵۶	۵۷	۵۸	**۵۹**	۶۰
۶۱	۶۲	۶۳	۶۴	۶۵	۶۶	**۶۷**	۶۸	۶۹	۷۰
۷۱	۷۲	**۷۳**	۷۴	۷۵	۷۶	۷۷	۷۸	**۷۹**	۸۰
۸۱	۸۲	**۸۳**	۸۴	۸۵	۸۶	۸۷	۸۸	**۸۹**	۹۰
۹۱	۹۲	۹۳	۹۴	۹۵	۹۶	**۹۷**	۹۸	۹۹	۱۰۰

فعالیت

به مثال‌های زیر توجه کنید:

$2 \times 3 = 6$ ، $2 \times 2 \times 3 = 12$

$2 \times 3 \times 3 = 18$ ، $2 \times 2 \times 3 \times 3 = 36$

دیده می‌شود که چگونه با استفاده از ضرب اعداد ۲ و ۳، اعداد زیادی ساخته می‌شوند.

به همین ترتیب ۴ عدد دیگر بنویسید که فقط از ضرب اعداد ۲و۳ حاصل شده باشند؛ همچنان۴ عددی را بنویسید که فقط از ضرب اعداد ۲ و ۵ ساخته شوند.

عدد۱۲، عدد اولیه نیست؛ زیرا قاسم‌های عدد ۱۲ عبارت اند از:

۱، ۲، ۳، ۴، ۶، ۱۲

در بین این اعداد ۲ و ۳، اعداد اولیه اند که قاسم‌های اولیهٔ عدد ۱۲ نیز می‌باشند.



کار خانه‌گی

از جملهٔ اعداد زیر کدام آن‌ها اولیه و کدام آن‌ها غیر اولیه اند؟ به طور جداگانه بنویسید .

۲۱۶ , ۱۰۱ , ۱۲۱ , ۲۵۳ , ۴۰۹ , ۵۶۳ , ۸۶۳ , ۹۷۷ ۱۰۰ , ۵۵



تمرین

۱- آیا حاصل ضرب دو عدد اولیه:

الف) یک عدد اولیه است؟

ب) یک عدد غیر اولیه است؟

۲- از جملهٔ عددهای زیر کدام آن‌ها عددهای اولیه و کدام آن‌ها عددهای غیراولیه اند؟

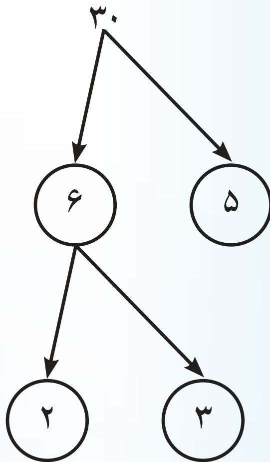
۸۸۱، ۶۲۱ ، ۴۹۹، ۳۳۵، ۱۳۲ ، ۹۴۰ ، ۵۱۱

۳- نشان دهید، که عددهای ۲۹۶۸، ۳۶۰۰ و ۸۸۸ ، غیراولیه اند.

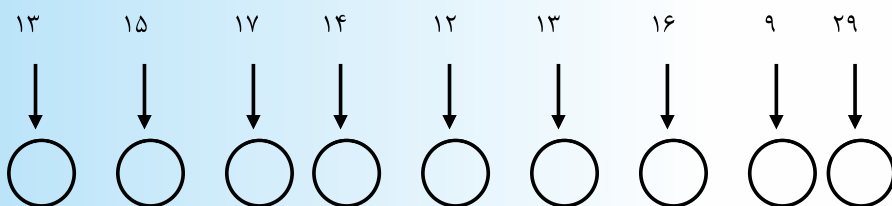
۴- قاسم‌های عدد ۵۰ را پیدا کنید و از جملهٔ آن‌ها عددهای اولیه را بنو یسید.

۵- مانند مثال زیر عمل کنید و قاسم‌های اولیهٔ اعداد ۲۱،۴۲ و ۹۰ را پیدا کنید.

مثال



۶- در اعداد زیر، دور عددهای اولیه یک خط و دور عددهای غیراولیه دو خط بکشید؛ سپس در دایره‌های مربوط هر عدد، یک قاسم آن را که عدد اولیه باشد، بنویسید.



۷- با در نظر داشت سؤال فوق، کدام یک از جمله‌های زیر صحیح و کدام یک آن غلط است؟ جمله صحیح را به علامت (√) و جملهٔ غلط را به علامت (×) مشخص نموده علت صحیح بودن و غلط بودن آن را توضیح دهید.

الف) عدد ۱۲۹ اولیه است.

ب) عدد (۱)، عدد اولیه نیست.

ج) قاسم‌های عدد ۲۱، اعداد اولیه می‌باشند.

د) هر عدد کم از کم یک قاسم از اعداد اولیه دارد.

هـ) اگر عدد جفت باشد، اولیه نیست.

و) عدد ۳۰ دارای سه قاسم اولیه است.

قاسم‌های مشترک و تعیین بزرگترین قاسم مشترک دو و یا چند عدد



• مفهوم قاسم یک عدد را بیان کنید؟

برای دریافت قاسم‌های مشترک و بزرگترین قاسم مشترک، مثال‌های زیر را در نظر می‌گیریم.

مثال اول: برای دریافت قاسم‌های مشترک و بزرگترین قاسم مشترک اعداد ۶ و ۱۸ چنین عمل می‌کنیم.

۶، ۳، ۲، ۱ = قاسم‌های عدد ۶

۱۸، ۹، ۶، ۳، ۲، ۱ = قاسم‌های عدد ۱۸

۶، ۳، ۲، ۱ = قاسم‌های مشترک اعداد ۶ و ۱۸

از جملهٔ قاسم‌های مشترک (۶، ۳، ۲، ۱) بزرگترین آن‌ها، عدد ۶ می‌باشد. اگر عدد ۶ و ۱۸ را بر آن تقسیم کنیم، پوره تقسیم می‌شود، پس می‌توانیم بنویسیم که:

۶ = بزرگترین قاسم مشترک عددهای ۶ و ۱۸

بنابرآن از جملهٔ قاسم‌های مشترک دو یا زیاده از دو عدد همان قاسمی که از همه بزرگتر است، بزرگترین قاسم مشترک آن‌ها می‌باشد.

مثال دوم: برای دریافت قاسم‌های مشترک و بزرگترین قاسم مشترک اعداد ۱۲ و ۲۸ چنین عمل می‌کنیم:

حل

۱۲، ۶، ۴، ۳، ۲، ۱ = قاسم‌های عدد ۱۲

۲۸، ۱۴، ۷، ۴، ۲، ۱ = قاسم‌های عدد ۲۸

۴، ۲، ۱ = قاسم‌های مشترک اعداد ۱۲ و ۲۸

۴ = بزرگترین قاسم مشترک اعداد ۱۲ و ۲۸

فعالیت

قاسم‌های مشترک و بزرگترین قاسم مشترک اعداد ۳۶ و ۵۴ را دریابید.



کار خانه‌گی

قاسم‌های مشترک و بزرگترین قاسم مشترک عددهای ۱۴ و ۲۰ را دریابید.



تمرین

قاسم‌های مشترک و بزرگترین قاسم مشترک اعداد زیر را دریابید.

۱– (۳۰، ۴۰)

۲– (۴۰، ۶۰)

۳– (۲۴، ۳۶)

۴– (۵۶، ۲۸)

۵– (۵۶، ۲۴)

۶– (۴۴، ۲۲، ۳۴)

۷– نشان دهید که عدد ۴ بزرگترین قاسم مشترک اعداد ۱۶ و ۲۰ می‌باشد.

۸– نشان دهید که عدد ۳ بزرگترین قاسم مشترک اعداد ۱۴ و ۲۶ نمی‌باشد.

مضرب‌های مشترک و تعیین کوچکترین مضرب مشترک دو و یا چند عدد



• مفهوم مضرب یک عدد را بیان کنید.

برای دریافت مضرب مشترک و کوچکترین مضرب مشترک، مثال‌های زیر را در نظر می گیریم:

مثال اول: برای دریافت مضرب مشترک و کوچکترین مضرب مشترک اعداد ۲ و ۳ چنین عمل می کنیم:

حل: نظر به معلومات قبلی می‌توانیم بنویسیم که:

مضرب‌های عدد ۲ = ۲، ۴، ۶، ۸، ۱۰، ۱۲، ۱۴، ۱۶، ۱۸، ۲۰ ،...

مضرب‌های عدد ۳ = ۳، ۶، ۹، ۱۲، ۱۵، ۱۸، ۲۱، ۲۴، ۲۷ ،...

طوری که دیده می‌شود، مضرب‌های مشترک اعداد ۲ و ۳ عبارت اند از: اعداد (۶، ۱۲، ۱۸، ...).

از جملهٔ این اعداد که هم بر عدد ۲ و هم بر عدد ۳ پوره قابل تقسیم اند کوچکترین آن‌ها عدد (۶) است که همین عدد ۶ را کوچکترین مضرب مشترک اعداد ۲ و ۳ گویند.

مثال دوم: مضرب مشترک و کوچکترین مضرب مشترک اعداد ۴ و ۶ چنین دریافت می گردد:

حل: نظر به معلومات قبلی می‌توانیم بنویسیم که:

مضرب‌های عدد ۴ = ۴، ۸، ۱۲، ۱۶، ۲۰، ۲۴، ۲۸، ۳۲، ۳۶، ...

مضرب‌های عدد ۶ = ۶، ۱۲، ۱۸، ۲۴، ۳۰، ۳۶، ۴۲، ۴۸، ...

مضرب‌های مشترک اعداد ۴ و ۶ = ۱۲، ۲۴، ۳۶، ...

طوری که دیده می‌شود مضرب‌های مشترک اعداد ۴ و ۶ بسیار زیاد است، اما عدد ۱۲ کوچکترین مضرب مشترک این دو عدد است؛ یعنی: کوچکترین عددی است که اگر به دو عدد ۴ و ۶ تقسیم شود، باقیمانده ندارد.

لذا می‌توانیم، بنویسیم که:

کوچکترین مضرب مشترک اعداد ۴ و ۶ = ۱۲

فعالیت

مضرب‌های مشترک و کوچکترین مضرب مشترک اعداد ۶ و ۹ را دریابید.



کار خانه گی

مضرب‌های مشترک و کوچکترین مضرب مشترک اعداد ۸ و ۱۲ را دریابید.



تمرین

کوچکترین مضرب مشترک اعداد زیر را دریافت کنید.

۱- (۴ , ۸)
۲- (۵ , ۱۰)
۳- (۴ , ۶)
۴- (۱۰ , ۱۵)
۵- (۶ , ۹)
۶- (۳ , ۵ , ۷)
۷- (۲ , ۶ , ۸)

۸- آیا عدد ۳۰ کوچکترین مضرب مشترک عددهای (۵) و (۶) است یا خیر؟
۹- آیا عدد ۲۴ کوچکترین مضرب مشترک عددهای ۲ و ۸ است یا خیر؟

دریافت کوچکترین مضرب مشترک به واسطهٔ تجزیه



• آیا کوچکترین مضرب مشترک دو یا چند عدد را دریافت نموده می‌توانید؟
در این طریقه اعدادی را که می‌خواهیم کوچکترین مضرب مشترک آن‌ها را معلوم کنیم، آن‌ها را در یک سطر جدا جدا می‌نویسیم؛

بعد از آن به طرف چپ اعداد داده شده یک خط عمودی را رسم می نماییم، به طرف چپ خط عمودی، از جملهٔ عددهای اولیه، همان عدد را مقسوم علیه قرار می‌دهیم که حد اقل در قاسم‌های دو عدد داده شده (مقسوم‌های داده شده) مشترک باشد؛ عمل تقسیم را انجام داده، هر خارج قسمت را پایین مقسوم‌های آن می‌نویسیم.
اعدادی را که پوره تقسیم نمی‌شوند در پایین به حالت خود شان می‌نویسیم؛ به همین ترتیب عمل تقسیم را تا وقتی ادامه می‌دهیم که در هیچ دو عدد از خارج قسمت‌های اخیر یا مقسوم‌های جدید، کدام قاسم مشترک پیدا شده نتواند.
در اخیر تمام اعداد خارج قسمت و تمام اعداد مقسوم علیه را با هم ضرب نموده کوچکترین مضرب مشترک حاصل می گردد.

مثال اول: کوچکترین مضرب مشترک اعداد (۸)، (۵) و (۴) را چنین دریافت می کنیم:

۲	۴	۵	۸
۲	۲	۵	۴
	۱	۵	۲

در نتیجه ۴۰ = [۲ × ۲] × [۱ × ۵ × ۲] کوچکترین مضرب مشترک اعداد داده شده می‌باشد.

مثال دوم: کوچکترین مضرب مشترک اعداد ۵، ۱۰، ۱۲ و ۱۵ را چنین دریافت می کنیم:

۲	۵	۱۰	۱۲	۱۵
۳	۵	۵	۶	۱۵
۵	۵	۵	۲	۵
	۱	۱	۲	۱

پس کوچکترین مضرب مشترک ۶۰ = ۲ × ۵ × ۳ × ۲ می‌باشد.

فعالیت

طور گروهی کار کنید و کوچکترین مضرب مشترک اعداد ۶۰، ۹۰ و ۱۵۰ را به واسطهٔ تجزیه به دست آورید.



کار خانه‌گی

کوچکترین مضرب مشترک اعداد ۱۲۰، ۱۸۰ و ۳۰۰ را پیدا کنید.



تمرین

کوچکترین مضرب مشترک اعداد زیر را به واسطهٔ تجزیه پیدا کنید.

۱- (۹، ۱۵، ۲۷)

۲- (۱۲، ۳۶، ۴۲)

۳- (۲۵، ۵۰، ۷۵)

۴- (۵۶، ۶۴، ۷۲)

۵- (۱۲، ۳۰، ۴۲)

۶- (۳۲، ۹۶، ۱۰۰، ۱۴۴)

۷- (۱۶، ۲۴، ۳۲، ۳۸)

۸- (۲۵، ۳۰، ۳۵، ۴۰)

۹- (۲۲، ۳۳، ۵۵، ۱۱۰)

فصل پنجم

کسرها و عملیه‌های چهارگانهٔ آن

کسرها



• چهارم حصهٔ یک شی را توسط عدد نشان دهید؟

در شکل زیر یک خربوزه به چهار حصهٔ مساوی تقسیم شده است، یک حصهٔ این خربوزه در یک بشقاب و $\frac{3}{4}$ حصهٔ آن در بشقاب دیگر گذاشته شده است. گفته می‌شود که در بشقاب اول، یک چهارم و در بشقاب دوم، سه چهارم حصهٔ خربوزه گذاشته شده است. مقدارخربوزهٔ بشقاب اول را به ($\frac{1}{4}$) و از بشقاب دوم را به ($\frac{3}{4}$) نشان می‌دهیم.

اعداد $\frac{1}{4}$ و $\frac{3}{4}$ و مانند این‌ها را کسر عام می‌نامند.

در کسر $\frac{3}{4}$ عدد ۳ را صورت کسر و عدد ۴ را مخرج کسر می‌نامند. مخرج کسر نشان می‌دهد که خربوزه به چند حصهٔ مساوی تقسیم شده و صورت آن نشان می‌دهد که چند حصهٔ آن گرفته شده است.



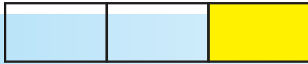
$\frac{1}{4}$



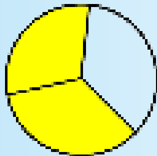
$\frac{3}{4}$

مثال‌ها

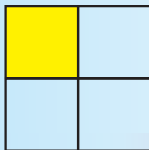
در اشکال زیر، قسمت‌های رنگ‌شده به کسر نشان داده شده است.



$\frac{۱}{۳}$ حصهٔ شکل رنگ‌شده است.



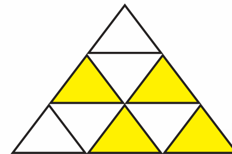
$\frac{۲}{۳}$ حصهٔ دایره رنگ‌شده است.



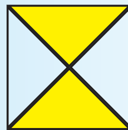
$\frac{۱}{۴}$ حصهٔ مربع رنگ‌شده است.

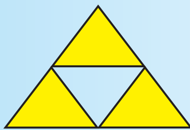
فعالیت

۱- در هریک از شکل‌های زیر، کسر حصه‌های رنگ‌شده را بنویسید.



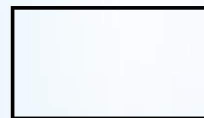




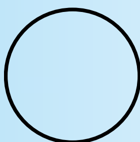


۲- در شکل‌های زیر $\frac{۲}{۴}$ حصهٔ دایره، $\frac{۱}{۵}$ حصهٔ قطعهٔ خط، $\frac{۵}{۶}$ حصهٔ مستطیل و $\frac{۲}{۳}$ حصهٔ مربع را رنگ کنید.





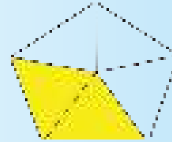


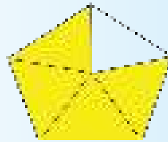


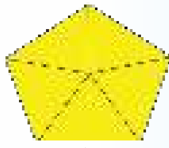


کار خانه‌گی

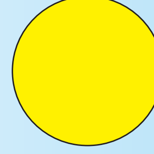
جاهای خالی را مانند مثال در کتابچه‌های خود تکمیل کنید.

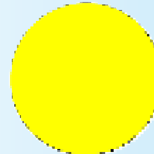


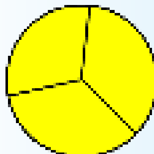


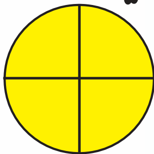


$۱ = \frac{۵}{۵}$







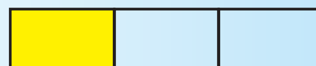


کسرهای مساوی به صفر



• چه وقت یک کسر مساوی به صفر شده می‌تواند؟

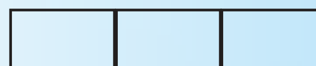
به اشکال زیر متوجه شوید:



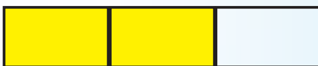
$\frac{۱}{۳}$



$\frac{۳}{۳}$



$\frac{۰}{۳} = ۰$



$\frac{۲}{۳}$

کسر $\frac{۳}{۳}$ نشان می‌دهد که همه یا تمام شکل سیاه شده است.

کسر $\frac{۲}{۳}$ نشان می‌دهد که دو حصه از شکل سیاه شده است.

کسر $\frac{۱}{۳}$ نشان می‌دهد که یک حصه از شکل سیاه شده است.

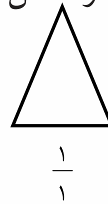
کسر $\frac{۰}{۳}$ نشان می‌دهد که هیچ حصه از شکل سیاه نشده است.

در کسرهای مساوی به صفر هیچ حصه از شکل رنگ‌شده نمی‌باشد.
صورت این نوع کسرها برای همیشه صفر است؛ مانند:

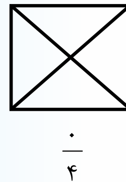
$$\frac{۰}{۱}، \frac{۰}{۲}، \frac{۰}{۳}، \frac{۰}{۴}، ...$$

فعالیت

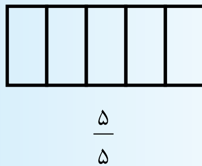
۱– از هر شکل به اندازهٔ کسر مربوط آن را رنگ کنید.



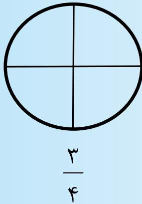
$\frac{۱}{۱}$



$\frac{۰}{۴}$



$\frac{۵}{۵}$



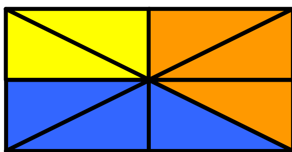
$\frac{۳}{۴}$

۲– به مستطیل زیر ببینید و در مقابل جمله‌های صحیح علامت √ را بگذارید.

$\frac{۱}{۲}$ مستطیل آبی است. $\frac{۳}{۴}$ مستطیل رنگه است.

$\frac{۱}{۸}$ مستطیل سبز است. $\frac{۸}{۸}$ مستطیل رنگه است.

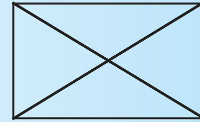
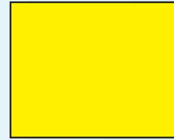
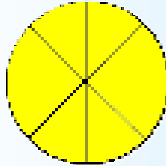
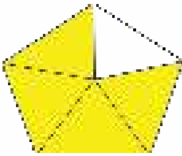
$\frac{۲}{۸}$ مستطیل نارنجی است. $\frac{۰}{۸}$ مستطیل زرد است.





کار خانه‌گی

به تصاویر متوجه شوید و کسر مربوط حصه‌های رنگ شده را بنویسید.

----------- ----------- ----------- -----------

فعالیت

۱- به شکل زیر متوجه شوید.



چی کسری از شکل سبزرنگ است؟

چی کسری از شکل به رنگ سرخ است؟

چند تا $\frac{۱}{۵}$ شکل بالا رنگ شده است؟

چی کسری از شکل، رنگ شده است؟

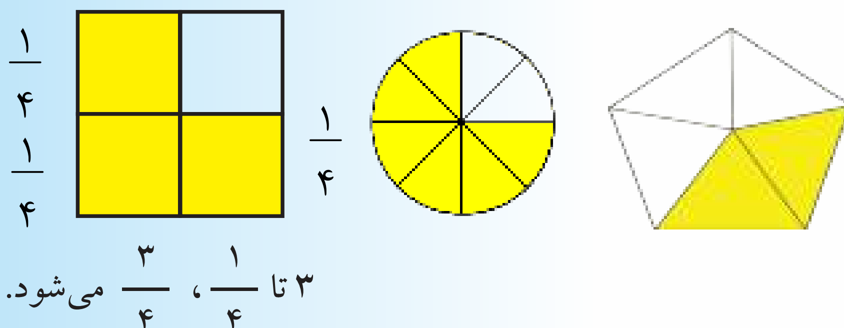
چند تا $\frac{۱}{۵}$ ، $\frac{۲}{۵}$ می‌شود؟

۲ - با استفاده از فعالیت فوق در جاهای خالی عدد مناسب را بنویسید.

۲ تا $\frac{۱}{۳}$ ، $\frac{۲}{۳}$ می‌شود. $\frac{۴}{۵}$ یعنی ۴ تا $\frac{۱}{۵}$ ۴ تا $\frac{۱}{۶}$ ، $\frac{۴}{۶}$ می‌شود.

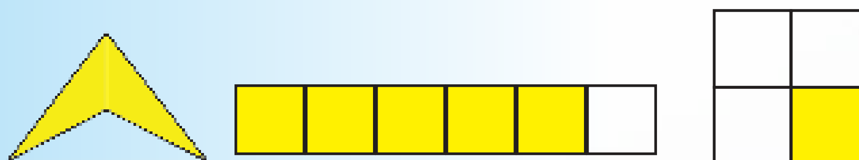
۳ تا $\frac{۱}{۴}$ ، ...... می‌شود. $\frac{۲}{۶}$ یعنی ...... تا...... .....تا $\frac{۱}{۷}$ ، $\frac{۳}{۷}$ می‌شود.

۳ – در اشکال زیر با استفاده از مثال حل‌شده، کسر مربوط هر یک را بنویسید.



کار خانه‌گی

با استفاده از مثال حل‌شدهٔ بالا، در اشکال زیر کسر مربوط هر یک را بنویسید.

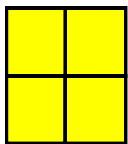
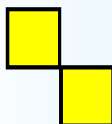
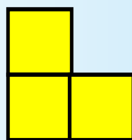
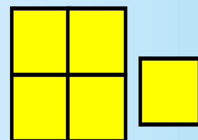


کسرهای بزرگتر از واحد

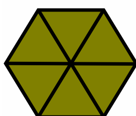
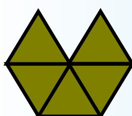
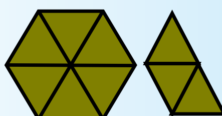
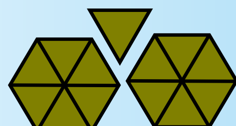


• با استفاده از دو ورق کاغذ یک واحد و چهارم حصهٔ آن را نشان دهید.

در ستون طرف چپ، اشکال به عنوان واحد انتخاب شده است. به اشکال مربوطی که در مقابل هر واحد رسم شده است با استفاده از مثال حل شده، کسرهای مناسب آن را بنویسید.

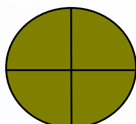
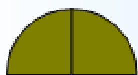
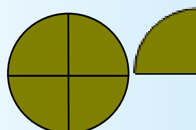
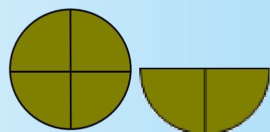
۵ تا $\frac{۱}{۴}$ یعنی $\frac{۵}{۴}$ ، ۳ تا $\frac{۱}{۴}$ یعنی $\frac{۳}{۴}$ ، ۲ تا $\frac{۱}{۴}$ یعنی $\frac{۲}{۴}$

--------- --------- ---------

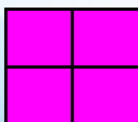
فعالیت

۱- با استفاده از ستون طرف چپ، کسرهای مربوط هر شکل را بنویسید.

$\frac{۲}{۴}$ ______ ______

۲- با استفاده از ستون طرف چپ، شکل‌های مربوط هر کسر را رسم کنید و بگوید که به چه اندازه از یک واحد کوچکتر یا بزرگتر اند.



$\frac{۷}{۴}$ ، $\frac{۶}{۴}$ ، $\frac{۱}{۴}$

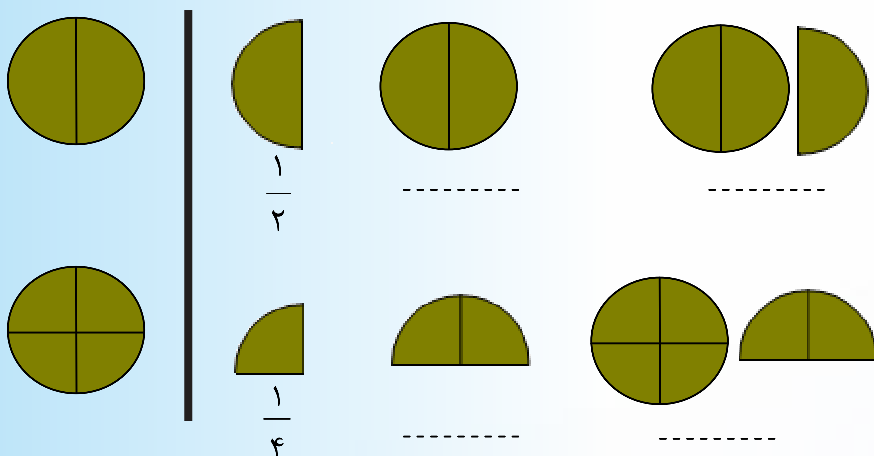
کسرهای بزرگتر از واحد، کسرهای اند که قیمت بیشتر از واحد (یک شی) را نشان می‌دهند و همیشه عدد صورت آن‌ها نظر به عدد مخرج آن‌ها بزرگتر می‌باشد، مانند: کسرهای

$\frac{۳}{۲}$، $\frac{۴}{۳}$، $\frac{۷}{۵}$، $\frac{۱۳}{۲}$، $\frac{۲۱}{۴}$ وغیره



کار خانه‌گی

با استفاده از ستون طرف چپ، کسر مربوط هر شکل را بنویسید و بگویید که کدام کسر از واحد بزرگتر است.



کسرهای واقعی و غیر واقعی



- کسر عامی که صورت آن بزرگتر از مخرجش باشد، به نام چی یاد می‌شود؟
- کسر عامی که صورت آن کوچکتر از مخرجش باشد، به نام چی یاد می‌شود؟

یک کیک را به ۸ حصهٔ مساوی تقسیم کرده و سه حصهٔ آن را

در بشـقاب می گذاریـم؛ بنابـر آن در بشـقاب $\frac{۳}{۸}$ حصـۀ کیـک قـرار دارد؛ هـر گاه هـر هشـت حصـۀ آن را در بشـقاب بگذاریـم در این صورت $\frac{۸}{۸}$ حصـۀ کیـک در بشـقاب می‌باشـد. حـال اگـر یـک دانـه کیـک دیگـر مشـابه بـه کیـک اولـی را گرفتـه و آن را نیـز بـه ۸ حصـۀ مسـاوی تقسـیم کنیـم، بـا گذاشـتن ۳ حصـۀ آن مـا می‌توانیـم ۱۱ حصـۀ کیـک را در بشـقاب داشـته باشـیم؛ بنابـر آن در بشـقاب $\frac{۱۱}{۸}$ حصۀ کیـک قـرار خواهـد داشـت.

در کسـر $\frac{۳}{۸}$، صـورت کوچکتـر از مخـرج اسـت؛ چنیـن یـک کسـر را به نام کسر واقعی یاد می‌نمایند.

در کسرهای $\frac{۱۱}{۸}$ و $\frac{۸}{۸}$ صورت بزرگتر از مخرج و یا مساوی با مخرج است؛ چنین کسرها را به نام کسرهای غیر واقعی یاد می کنند.

از توضیحات فوق می‌توانیم بنویسیم که:

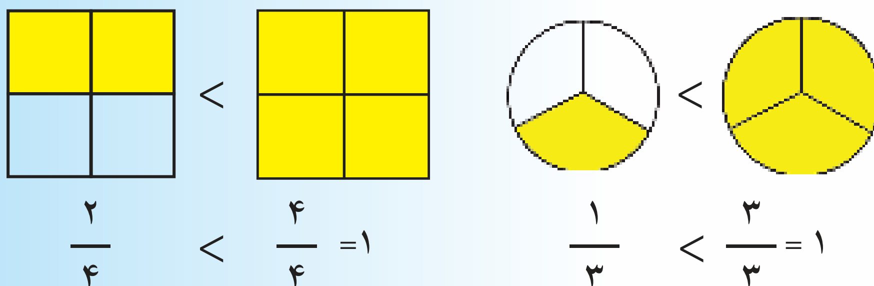
کسـری کـه در آن، صـورت کوچکتـر از مخـرج باشـد، بـه نـام کسـر واقعـی یـاد می‌شـود و کسـری کـه در آن، صـورت بزرگتـر از مخـرج و یـا مسـاوی بـا آن باشـد، بـه نـام کسـر غیـر واقعـی یـاد می‌شـود.

کسـر واقعـی کوچکتـر از (۱) و کسـر غیـر واقعـی بزرگتـر یـا مسـاوی بـا (۱) می‌باشــد.

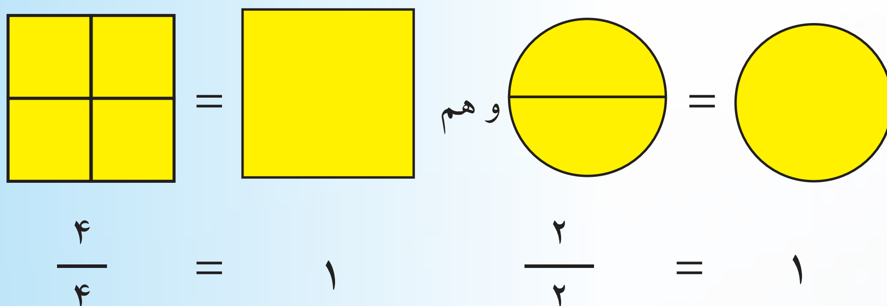
مثال اول

اشـکال زیـر کسـرهایی را نشـان می‌دهنـد کـه صـورت آن‌هـا از مخـرج

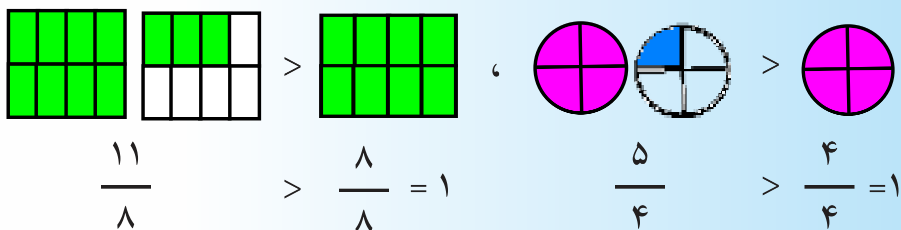
شان کوچکتر (مخرج > صورت) است؛ این نوع کسرها کوچکتر از واحد (۱) بوده و آن‌ها را کسرهای واقعی می گویند.



مثال دوم: اشکال زیر کسرهایی را نشان می‌دهند که صورت و مخرج آن‌ها با هم مساوی (مخرج = صورت) اند؛ این نوع کسرها مساوی به واحد (۱) بوده و آن‌ها را کسرهای غیر واقعی می گویند.



مثال سوم: اشکال زیر کسرهایی را نشان می‌دهند که صورت آن‌ها از مخرج شان بزرگتر (مخرج < صورت) است، این نوع کسرهای بزرگتر از واحد (۱) را کسرهای غیرواقعی می گویند.



فعالیت

۱- سه کسر بعدی کسرهای واقعی زیر را دریافت کنید.

$\frac{۱}{۸}$ ، $\frac{۲}{۸}$ ، $\frac{۳}{۸}$ ، $\frac{۴}{۸}$ ، ____ ، ____ ، ____

۲- چهار کسر مسلسل بعدی کسرهای غیر واقعی زیر را دریافت کنید.

$\frac{۹}{۹}$ ، $\frac{۱۰}{۹}$ ، $\frac{۱۱}{۹}$ ، ____ ، ____ ، ____ ، ____

۳- با درنظرداشت کسرهای زیر، کسرهای واقعی و غیر واقعی را در جاهای خالی آن‌ها بنویسید.

$\frac{۱۸۶۱}{۱۸۶۱}$ ، $\frac{۱۷۴۱}{۱۹۸۲}$ ، $\frac{۲۴۵}{۳۷۲}$ ، $\frac{۱۷۲}{۹۹}$ ، $\frac{۹۸}{۴۷}$ ، $\frac{۴۲}{۱۸}$ ، $\frac{۱۹}{۲۰}$ ، $\frac{۱۲}{۱۶}$ ، $\frac{۱۱}{۸}$

کسرهای واقعی: ____ ، ____ ، ____ ، ____ ، ____ ،

کسرهای غیر واقعی: ____ ، ____ ، ____ ، ____ ، ____ ،



کار خانه‌گی

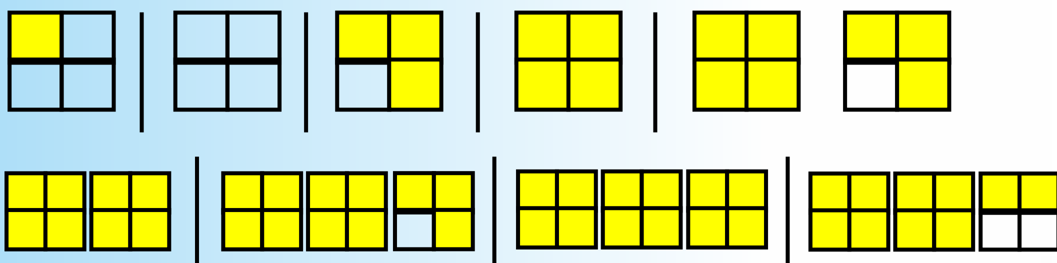
۱- پنج کسری را بنویسید که صورت‌های آن از مخرج‌های آن ۳ واحد کوچکتر باشد.

۲- چهار کسری را بنویسید که مخرج‌های آن‌ها از صورت‌های آن‌ها ۲ واحد کوچکتر باشد.



تمرین

۱- حصه‌های سیاه‌شدهٔ کدام یک از اشکال زیر، کسر واقعی و کدام یک کسر غیر واقعی را نشان می‌دهند؟



۲- کسرهای زیر را توسط علامت‌های (<، > و =) نشان دهید که کدام ها از واحد بزرگتر، کدام ها از واحد کوچکتر و کدام‌ها مساوی به واحد اند؟

$\frac{۹}{۸}$ ، $\frac{۸}{۹}$ ، $\frac{۵}{۶}$ ، $\frac{۶}{۴}$ ، $\frac{۶}{۶}$ ، $\frac{۸}{۵}$ ، $\frac{۷}{۴}$ ، $\frac{۵}{۷}$ ، $\frac{۴}{۳}$ ، $\frac{۲}{۲}$ ، $\frac{۶}{۷}$ ، $\frac{۵}{۴}$ ، $\frac{۲}{۳}$ ، $\frac{۱}{۲}$

۳- از کسرهای زیر، کسرهای واقعی و غیر واقعی را جدا جدا نوشته کنید .

$\frac{۲۱۵}{۴۰۱}$ ، $\frac{۳۰۰}{۳۰۰}$ ، $\frac{۳۱۸}{۲۱۵}$ ، $\frac{۲۱۴}{۲۵۱}$ ، $\frac{۶۵}{۷۰}$ ، $\frac{۴۶}{۸۰}$ ، $\frac{۳۹}{۵۶}$ ، $\frac{۶۷}{۶۰}$ ، $\frac{۳۵}{۳۵}$ ، $\frac{۲۸}{۲۹}$

$\frac{۲۵}{۱۹}$ ، $\frac{۶۷}{۳۷}$ ، $\frac{۱۰۰}{۱۰۰}$ ، $\frac{۶۰}{۱۲۰}$ ، $\frac{۲۵}{۲۱}$ ، $\frac{۳۱}{۴۶}$ ، $\frac{۴۲}{۴۶}$ ، $\frac{۷۶}{۸۶}$ ، $\frac{۹۱}{۱۰۰}$ ، $\frac{۹۹}{۹۹}$

۴-

الف) یک دایره رسم کنید؛ آن را به دو حصهٔ مساوی تقسیم نمایید و توسط قسمت‌های سیاه‌شده، کسر غیر واقعی $\frac{۲}{۲}$ را نشان دهید.

ب) یک دایره رسم نمایید؛ آن را به هشت حصهٔ مساوی تقسیم کنید و توسط قسمت‌های سیاه‌شده، کسر واقعی $\frac{۷}{۸}$ را نشان دهید.

ج) سه دایره رسم نمایید؛ هر یک را به چهار قسمت مساوی تقسیم کنید و توسط قسمت‌های سیاه‌شده، کسر غیر واقعی $\frac{۱۱}{۴}$ را نشان دهید.

۵- هر یک از کسرهای $\frac{۰}{۲}$ ، $\frac{۱}{۲}$ ، $\frac{۲}{۲}$ ، $\frac{۳}{۲}$ را توسط قسمت‌های سیاه‌شده در دایره‌ها نشان دهید.

۶- کسرهای واقعی‌یی را بنویسید که مخرج‌های آن‌ها عدد ۶ باشد.

۷- کسرهای غیر واقعی‌یی را بنویسید که صورت‌های آن‌ها عدد ۵ باشد.

کسرهای معادل

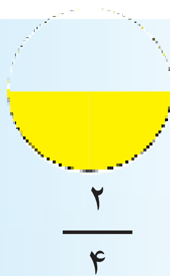


- صورت و مخرج کسر $\frac{۳}{۴}$ را به عدد ۲ ضرب کنید.
- کسرهای $\frac{۳}{۴}$ و $\frac{۶}{۸}$ را در شکل نمایش دهید.
- آیا این دو شکل حاصله با هم عین مقدار را نشان می‌دهند؟

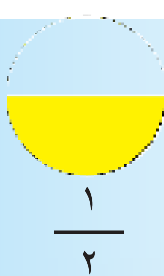
به مثال‌های زیر توجه کنید.

مثال اول: طوری که در شکل زیر دیده می‌شود، سطح دایره به چهار حصهٔ مساوی تقسیم گردیده و دو حصهٔ آن سیاه شده است، این دو حصهٔ سیاه شده، عبارت از: $\frac{۲}{۴}$ حصهٔ سطح دایره است، چنانچه دیده می‌شود در حقیقت نصف یا $\frac{۱}{۲}$ حصهٔ دایره سیاه شده است؛ بنابرآن $\frac{۲}{۴}$ حصهٔ سطح دایره مساوی به $\frac{۱}{۲}$ حصهٔ سطح دایره می‌باشد.

$$\frac{۲}{۴} = \frac{۱}{۲}$$



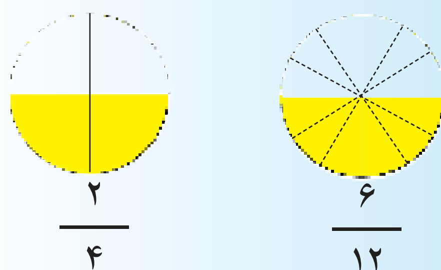
$\frac{۲}{۴}$



$\frac{۱}{۲}$

قیمت کسرهای $\frac{۲}{۴}$ و $\frac{۱}{۲}$ با هم مساوی اند و به آن‌ها کسرهای معادل نیز گفته می‌شود.

به همین ترتیب اگر هر چهارم حصهٔ سطح دایره را به سه حصهٔ مساوی، طوری که در شکل دیده می‌شود، تقسیم کنیم، در آن صورت تمام سطح دایره به ۱۲ حصهٔ مساوی تقسیم گردیده که ۶ حصهٔ آن سیاه شده است. نظر به شکل می‌توان نوشت:



$$\frac{۲}{۴} = \frac{۶}{۱۲}$$

قیمت کسرهای $\frac{۶}{۱۲}$ و $\frac{۲}{۴}$ با هم مساوی اند و به آن‌ها کسرهای معادل نیز گفته می‌شود.

همچنان می‌توان از ضرب کردن صورت و مخرج کسر $\frac{۲}{۴}$ در عدد ۳، کسرمعادل کسر مذکور را به دست آورد، یعنی:

$$\frac{۲}{۴} = \frac{۲ \times ۳}{۴ \times ۳} = \frac{۶}{۱۲}$$

مثال دوم: به کسرهای زیر که قسمت‌های آبی شده را در اشکال نشان می‌دهند متوجه شوید:



طـوری کـه در کسـرهای $\frac{۱}{۳}$ ، $\frac{۲}{۶}$ ، $\frac{۴}{۱۲}$ و $\frac{۵}{۱۵}$ دیده می‌شـود، صورت‌ها و مخرج‌های آن‌ها با هـم مختلف اند؛ اما هـر کـدام آن‌ها اندازه‌هـای آبـی شـدۀ مسـاوی را نشـان می‌دهنـد؛ سـپس قیمـت تمـام کسـرهای ذکـر شـده بـا هـم مساوی انـد و بـه آن‌هـا کسـرهای معـادل نیـز گفتـه می‌شـود

کسـرهایی کـه اعـداد صـورت و مخـرج آن‌هـا بـا هـم مختلـف؛ ولـی قیمـت آن‌هـا بـا هـم مسـاوی باشـند، بـه نـام کسـرهای معـادل یـاد می‌شـوند؛ ماننـد: کسـرهای مثـال اول و دوم.

$$\frac{۱}{۲} = \frac{۲}{۴} = \frac{۶}{۱۲}$$

$$\frac{۱}{۳} = \frac{۲}{۶} = \frac{۴}{۱۲} = \frac{۵}{۱۵}$$

بـرای بـه دسـت آوردن کسـرهای معـادل یـک کسـر، صـورت و مخـرج همـان کسـر را ضـرب یـا تقسـیم عیـن عـدد (خـلاف صفـر) می کنیـم.

مثال سوم: چهار کسر معادل کسر $\frac{۳}{۵}$ را به دست آورید.

بـرای بـه دسـت آوردن کسـرهای معـادل $\frac{۳}{۵}$ اعـداد ۲، ۳، ۴، ۵، ۶، ۷، ۸، ... را در صـورت و مخـرج کسـر $\frac{۳}{۵}$ ضرب می‌نماییـم کـه در نتیجۀ ضـرب کـردن هـر یـک از اعـداد فـوق در صـورت و مخـرج کسـر $\frac{۳}{۵}$، یـک کسـر معـادل آن بـه دسـت می‌آیـد، یعنـی:

$$\frac{۳ \times ۳}{۵ \times ۳} = \frac{۹}{۱۵} \qquad \frac{۳ \times ۲}{۵ \times ۲} = \frac{۶}{۱۰}$$

$$\frac{۳ \times ۵}{۵ \times ۵} = \frac{۱۵}{۲۵} \qquad \frac{۳ \times ۴}{۵ \times ۴} = \frac{۱۲}{۲۰}$$

بنابرآن می‌توانیم بنویسیم که:

$$\frac{۳}{۵} = \frac{۶}{۱۰} = \frac{۹}{۱۵} = \frac{۱۲}{۲۰} = \frac{۱۵}{۲۵}$$

مثال چهارم : دو کسر معادل کسر $\frac{۳}{۷}$ را دریافت کنید.

$$\frac{۳}{۷} = \frac{۳ \times ۲}{۷ \times ۲} = \frac{۶}{۱۴}$$

$$\frac{۳}{۷} = \frac{۳ \times ۳}{۷ \times ۳} = \frac{۹}{۲۱}$$

پس کسر $\frac{۳}{۷}$ با کسرهای $\frac{۹}{۲۱}$ و $\frac{۶}{۱۴}$ معادل است.

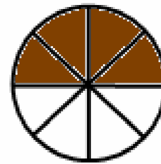
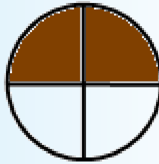
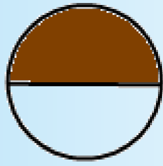
زیرا:

$$\frac{۶}{۱۴} = \frac{۶ \div ۲}{۱۴ \div ۲} = \frac{۳}{۷}$$

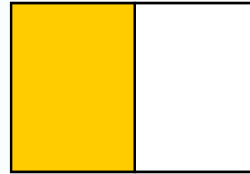
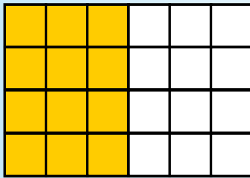
$$\frac{۹}{۲۱} = \frac{۹ \div ۳}{۲۱ \div ۳} = \frac{۳}{۷}$$

فعالیت

ـ کسرهای مربوط به هر شکل را بنویسید.

------- ------- -------

--------- -------

با ضرب نمودن صورت و مخرج کسر $\frac{۳}{۴}$ در یک عدد، دو کسر معادل آن را دریافت نمایید.

با تقسیم نمودن صورت و مخرج کسر $\frac{۸}{۱۲}$ بر یک عدد، دو کسر معادل آن را دریافت کنید.



کار خانه‌گی

با ضرب نمودن صورت و مخرج کسر در یک عدد، سه کسر معادل $\frac{۵}{۶}$ را دریابید.

با تقسیم نمودن صورت و مخرج کسر بر یک عدد، دو کسر معادل $\frac{۴۵}{۶۰}$ را دریافت نمایید.



تمرین

۱- صورت و مخرج هر یک از کسرهای $\frac{۱}{۵}$ ، $\frac{۳}{۷}$ ، $\frac{۲۵}{۸}$ ، $\frac{۳۸}{۴۰}$ را ضرب عدد ۵ نموده و کسرهای معادلی را که حاصل می‌شوند، بنویسید.

۲- صورت و مخرج هر یک از کسرهای $\frac{۶}{۳}$ ، $\frac{۹}{۶}$ ، $\frac{۱۵}{۹}$ ، $\frac{۲۴}{۲۱}$ را تقسیم ۳ نموده و کسرهای معادلی را که حاصل می‌شوند، بنویسید.

۳- بگویید، هریک از تساوی‌های زیر چرا درست است؟

$\frac{۱۱}{۲۵} = \frac{۴۴}{۱۰۰}$ $\qquad$ $\frac{۸}{۱۰} = \frac{۴}{۵}$

۴- کسر معادل $\frac{۱۱}{۹۹}$ را بنویسید که مخرج آن ۲۹۷ باشد.

۵- کسر معادل $\frac{۱۲}{۱۳}$ را بنویسید که مخرج آن ۶۵ باشد.

۶- کسر معادل $\frac{۵}{۶}$ را به مخرج ۲۴ بنویسید.

اختصار (ساده ساختن) کسرها



• صورت و مخرج کسر $\frac{۲}{۴}$ را تقسیم عدد ۲ نمایید.

• کسر $\frac{۱}{۲}$ را در شکل نمایش دهید و آن را با شکل کسر $\frac{۲}{۴}$ مقایسه کنید؟

به کسر $\frac{۱۵}{۲۰}$ توجه کنید

چون عدد ۵ قاسم مشترک عددهای ۱۵ و ۲۰ است؛ بنابر آن صورت و مخرج کسر $\frac{۱۵}{۲۰}$ را می‌توانیم بر قاسم مشترک آن‌ها که ۵ است، تقسیم کنیم.

$$\frac{۱۵}{۲۰} = \frac{۱۵ \div ۵}{۲۰ \div ۵} = \frac{۳}{۴}$$

در نتیجه کسر $\frac{۳}{۴}$، معادل کسر $\frac{۱۵}{۲۰}$ حاصل می‌شود و یا $\frac{۳}{۴}$ ساده‌ترین شکل کسر $\frac{۱۵}{۲۰}$ می‌باشد؛ بنابر آن گفته می‌توانیم که صورت و مخرج یک کسر ساده بدون عدد (۱)، قاسم مشترک ندارد.

$$\frac{۱۵}{۲۰} = \frac{۳}{۴}$$

عملیهٔ تقسیم صورت و مخرج یک کسر بر قاسم مشترک آن‌ها (که خلاف یک باشد) به نام اختصار کسر یاد می‌شود.
بزرگترین عددی که توسط آن می‌توانیم یک کسر را اختصار کنیم، به نام بزرگترین قاسم مشترک صورت و مخرج یاد می‌شود.

طور مثال: $\frac{۳۰}{۴۵}$ را می‌توانیم با عددهای ۳، ۵ و ۱۵ اختصار کنیم؛ اما بزرگترین آن‌ها عدد ۱۵ است؛ بنابر آن بزرگترین قاسم مشترک ۳۰ و ۴۵ مساوی به ۱۵ می‌باشد؛ هرگاه صورت و مخرج یک کسر را بر یک عدد تقسیم کنیم، می‌گوییم که آن کسر را اختصار (ساده) کرده ایم؛ پس برای اختصار کسر، عددی را پیدا می‌کنیم که صورت و مخرج آن کسر بالای عدد مذکور پوره تقسیم شوند؛ بنا بر آن در هنگام اختصار کسر، از قابلیت تقسیم اعداد استفاده می‌کنیم.

مثال اول: کسر $\frac{۳}{۶}$ را چنین اختصار می‌کنیم:

حل: عددی که صورت و مخرج کسر $\frac{۳}{۶}$ بالای آن پوره تقسیم می‌گردد، عدد (۳) می‌باشد؛ پس صورت و مخرج کسر $\frac{۳}{۶}$ را بالای عدد (۳) تقسیم می‌کنیم.

بنابر آن: $\frac{۳}{۶} = \frac{۳ \div ۳}{۶ \div ۳} = \frac{۱}{۲}$

کسر $\frac{۱}{۲}$ شکل اختصار شدهٔ کسر $\frac{۳}{۶}$ می‌باشد، یعنی: $\frac{۱}{۲} = \frac{۳}{۶}$

مثال دوم: کسر $\frac{۱۰}{۳۰}$ را چنین اختصار می‌نماییم:

حل: درکسر فوق دیده می‌شود که صورت و مخرج آن بر اعداد ۲، ۵ و ۱۰ پوره قابل تقسیم است؛ بنابرآن می‌توانیم آن را به چند طریق ساده سازیم.

طریق اول: صورت و مخرج کسر $\frac{۱۰}{۳۰}$ را بالای عدد (۱۰) تقسیم می‌نماییم.

$$\frac{۱۰}{۳۰} = \frac{۱۰ \div ۱۰}{۳۰ \div ۱۰} = \frac{۱}{۳}$$

کسر $\frac{۱}{۳}$ ساده‌ترین شکل کسر $\frac{۱۰}{۳۰}$ می‌باشد؛ زیرا صورت و مخرج کسر $\frac{۱}{۳}$ بدون یک به عدد دیگری پوره قابل تقسیم نیست.

همچنان می‌توانیم که صورت و مخرج کسر $\frac{۱۰}{۳۰}$ را بالای عدد (۵) تقسیم کنیم.

$$\frac{۱۰}{۳۰} = \frac{۱۰ \div ۵}{۳۰ \div ۵} = \frac{۲}{۶}$$

کسر $\frac{۲}{۶}$ ساده‌ترین شکل کسر $\frac{۱۰}{۳۰}$ نیست؛ زیرا صورت و مخرج آن باز هم بالای عدد (۲) پوره قابل تقسیم است.

$$\frac{۲}{۶} = \frac{۲ \div ۲}{۶ \div ۲} = \frac{۱}{۳}$$

کسر $\frac{۱}{۳}$ ساده ترین شکل کسر $\frac{۱۰}{۳۰}$ است.

همچنان کسر $\frac{۱۰}{۳۰}$ را به شکل‌های زیر نیز می‌توانیم اختصار کنیم.
صورت و مخرج کسر $\frac{۱۰}{۳۰}$ را بالای عدد (۲) تقسیم می‌نماییم.

$$\frac{۱۰}{۳۰} = \frac{۱۰ \div ۲}{۳۰ \div ۲} = \frac{۵}{۱۵}$$

اکنون صورت و مخرج کسر $\frac{۵}{۱۵}$ را بالای عدد (۵) تقسیم می‌نماییم.

$$\frac{۵}{۱۵} = \frac{۵ \div ۵}{۱۵ \div ۵} = \frac{۱}{۳}$$

کسر $\frac{۱}{۳}$ ساده‌ترین شکل کسر $\frac{۱۰}{۳۰}$ است.

کار خانه‌گی

کسرهای $\frac{۱۵}{۲۵}$ ، $\frac{۴}{۱۶}$ ، $\frac{۷}{۲۱}$ و $\frac{۲۷}{۸۱}$ را در کتابچه‌های خویش اختصار نموده، با خود بیاورید.

طریقـهٔ دوم: در این طریقـه می‌توانیـم یـک و یـا چنـد صفـر صـورت را بـا یـک و یـا چنـد صفـر مخـرج طـوری اختصـار نماییـم کـه تعـداد صفرهـای اختصـار شـدهٔ صـورت بـا تعـداد صفرهـای اختصـار شـدهٔ مخـرج مسـاوی باشـند؛ ماننـد:

$$\frac{۱}{۳} = \frac{۱۰}{۳۰}$$

در مثـال فـوق از راه‌هـای مختلـف سـاده‌ترین شـکل کسـر $\frac{۱۰}{۳۰}$، یعنی: $\frac{۱}{۳}$ را بـه دسـت آوردیـم.

در حسـاب بـه شـکل عمـوم عملیـهٔ اختصـار را طـوری نشـان می‌دهنـد کـه: از عملیـهٔ تقسـیم صـورت و مخـرج بـه شـکل نوشـتاری صـرف نظـر می کنند و در عـوض، تنهـا خـارج قسـمت صـورت و مخـرج را بـالا و پایین آن نوشـته و بـالای صـورت و مخـرج کسـر، یـک خـط باریـک می کشـند.

طورمثال : کسر $\frac{۱۰}{۱۵}$ را چنین اختصار می‌نماییم.

$$\frac{۲}{۳} = \frac{\overset{۲}{\cancel{۱۰}}}{\underset{۳}{\cancel{۱۵}}}$$

در اول دیدیم که صورت و مخرج کسر $\frac{۱۰}{۱۵}$ ، هر کدام بر (۵) پوره تقسیم می‌شـود؛ پس در صـورت بـالای (۱۰) یـک خـط باریـک کشـیدیم وخـارج قسمت (۵÷۱۰) را که عدد (۲) است، بالای عدد (۱۰) نوشتیم و به همین ترتیب در مخـرج بـالای عـدد (۱۵) نیـز یـک خط باریک کشـیدیم و خارج قسـمت (۵ ÷ ۱۵) را کـه (۳) اسـت، پایـیـن عـدد (۱۵) نوشـتیم و کسـر $\frac{۲}{۳}$ بـه دسـت آمـد.

در اختصار، بعضی اوقات ساده‌ترین شکل یک کسر بعد از چند مرحلهٔ تقسیم به دست می‌آید؛ طور مثال: کسر $\frac{۳}{۵}$ که ساده‌ترین شکل کسر $\frac{۱۸۰}{۳۰۰}$ است بعد از چند مرحلهٔ تقسیم که در زیر نشان داده شده است، به دست می‌آید:

$$\frac{\cancel{\cancel{\cancel{۱۸۰}}}}{\cancel{\cancel{\cancel{۳۰۰}}}} = \frac{۳}{۵}$$

(مراحل: صورت ۱۸۰ ← ۹ ← ۳؛ مخرج ۳۰۰ ← ۱۵ ← ۵)

به صورت عموم ساده‌ترین شکل یک کسر، کسری است که صورت و مخرج آن به جز عدد (۱) بر کدام عدد دیگر پوره قابل تقسیم نباشد.

فعالیت

با در نظرداشت اختصار کسر، در جاهای خالی اعداد مناسب را بنویسید.

$\frac{۳۰}{۵۰} = \frac{}{} = \frac{}{}$ $\frac{۴}{۱۶} = \frac{}{} = \frac{}{}$

$\frac{۴۰}{۷۰} = \frac{}{}$ $\frac{۱۵}{۲۰} = \frac{}{}$

$\frac{۱۵}{۶۰} = \frac{}{}$ $\frac{۱۸}{۲۴} = \frac{}{} = \frac{}{}$



کار خانه‌گی

آیا کسرهای زیر در ساده‌ترین شکل خود قرار دارند؟ اگر ندارند آن‌ها را اختصار کنید.

$\frac{۹}{۱۱}$ ، $\frac{۱۰۰}{۲۰۰}$ ، $\frac{۷}{۹}$ ، $\frac{۳}{۴}$ ، $\frac{۹}{۴۵}$ ، $\frac{۱۵}{۶۳}$



تمرین

۱- ساده‌ترین شکل کسرهای زیر را دریافت کنید.

$\frac{۱۰۰۰}{۲۰۰}$ $\frac{۱۸۰}{۳۹}$ $\frac{۳۲}{۸۱}$ $\frac{۵۴}{۷۲}$ $\frac{۱۶}{۱۸}$ $\frac{۷}{۲۸}$ $\frac{۱۰}{۳۰}$ $\frac{۱۵}{۲۵}$ $\frac{۴}{۵}$

۲- در جاهای خالی ($\square$) کسرهای زیر، اعداد مناسب را بنویسید.

$$\frac{۲}{۳} = \frac{۲۰ \div \square}{۳۰ \div \square} \qquad \frac{۳}{۵} = \frac{۶ \div \square}{۱۰ \div \square}$$

$$\frac{۵}{\square} = \frac{۱۰}{۲۰} \qquad \frac{۶}{۸} = \frac{۲۴ \div \square}{۳۲ \div \square}$$

$$\frac{\square}{۸} = \frac{۸}{۳۲} \qquad \frac{۵}{\square} = \frac{۳۵ \div \square}{۴۲ \div \square}$$

۳- در جاهای خالی صورت یا مخرج کسرها زیر، اعداد مناسب را بنویسید.

$\frac{۲}{۵} = \frac{۸}{}$ ، $\frac{۹}{۱۵} = \frac{۳}{}$ ، $\frac{۲}{۷} = \frac{}{۲۱}$

$\frac{۲۰}{۱۲} = \frac{}{۲۴}$ ، $\frac{۲۷}{۴۵} = \frac{}{۵}$ ، $\frac{۳۶}{۴۲} = \frac{۶}{}$

$\frac{۱۰}{۲} = \frac{۵}{}$ ، $\frac{۴۲}{۶} = \frac{}{۱}$ ، $\frac{۳۶}{۹} = \frac{۴}{}$

$\frac{۸}{۴} = \frac{}{۲}$ ، $\frac{۱۶}{۱۲} = \frac{۴}{}$ ، $\frac{۱}{۲} = \frac{}{۶}$

$۵ = \frac{}{۱} = \frac{}{۵}$ ، $۷ = \frac{}{۱} = \frac{}{۴}$ ، $\frac{۱۲}{۱۶} = \frac{۳}{}$

مقایسهٔ کسرها



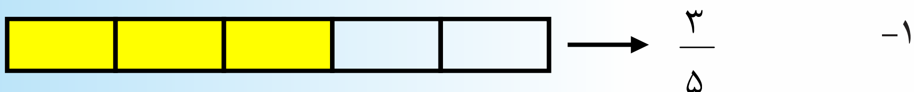
• بـرای ایـن کـه دانسـت در بیـن دو کسـر کـدام یکـی بزرگتـر اسـت، چـه بایـد کـرد؟
• کسـرهایی کـه مخرج‌هـای مسـاوی داشـته باشـند را چطـور مقایسـه می کنیـم؟

کسرها را در سه حالت زیر مقایسه می کنیم.

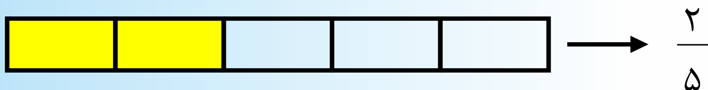
الف) مقایسهٔ کسرها با مخرج‌های مساوی

به اشکال زیر متوجه شوید.

۱ـ



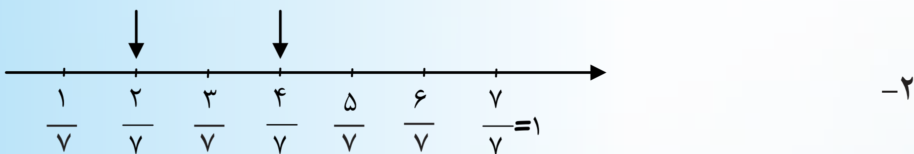
$\frac{۳}{۵}$



$\frac{۲}{۵}$

$$\frac{۳}{۵} > \frac{۲}{۵}$$

۲ـ



$$\frac{۴}{۷} > \frac{۲}{۷}$$

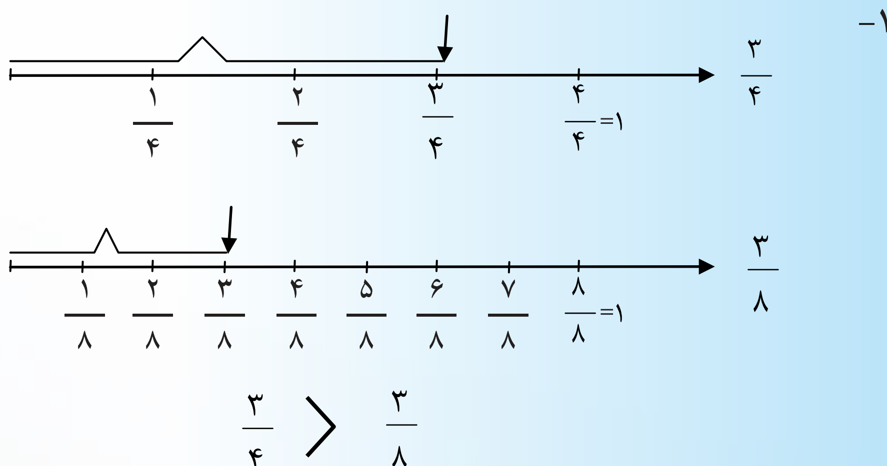
از مشاهدهٔ اشکال بالا نتیجهٔ زیر را می‌توانیم بنویسیم:

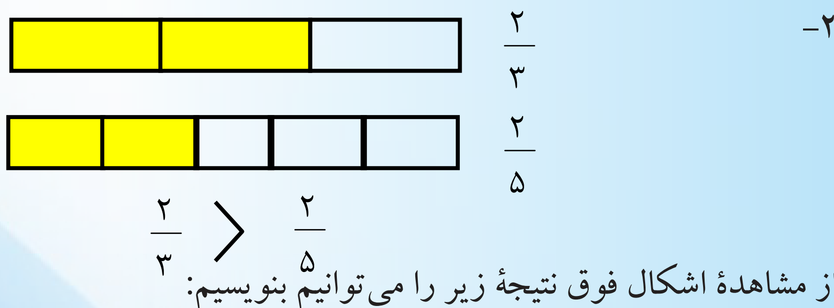
نتیجــــه: کســـرهایی کـــه دارای مخرج‌هـــای مســـاوی و صورت‌هـــای مختلـف انـد، بزرگتریـن آن‌هـا همـان کسـری اسـت کـه دارای بزرگتریـن صـورت باشـد.

ب : مقایسهٔ کسرها با صورت‌های مساوی

• کســـرهایی کـــه صورت‌هـــای مســـاوی داشـــته باشـــند را چطـــور مقایســـه می کنیـــم؟

به اشکال زیر توجه کنید:





از مشاهدهٔ اشکال فوق نتیجهٔ زیر را می‌توانیم بنویسیم:

نتیجه: کسرهایی که دارای صورت‌های مساوی و مخرج‌های مختلف اند، بزرگترین آن‌ها کسری است که دارای کوچکترین مخرج باشد.



کار خانه‌گی

کسر های $\left(\frac{۱۳}{۲۱}\right.$ و $\left.\frac{۱۴}{۲۱}\right)$ و $\left(\frac{۱۲۰}{۱۰۰۰}\right.$ و $\left.\frac{۱۲۰}{۱۱۰۰۰}\right)$ را در کتابچه‌های خویش بنویسید و مقایسه کنید.

ج: مقایسهٔ کسرها با صورت‌ها و مخرج‌های مختلف

• کسرهایی که صورت‌ها و مخرج‌های آن‌ها مختلف باشند را چطور مقایسه می‌کنیم؟

کسرهایی که صورت‌ها و مخرج‌های شان مختلف اند را به دو طریق زیر مقایسه می‌کنیم:

طریقهٔ اول

در ابتدا کسرهای مذکور را هم‌مخرج ساخته، بعد آن‌ها را مانند کسرهای هم‌مخرج مقایسه می‌نماییم.

مثال: کسرهای $\frac{۳}{۷}$ و $\frac{۲}{۵}$ را چنین مقایسه می‌کنیم:

حل: کسرهای مذکور را هم‌مخرج می‌سازیم، یعنی صورت و مخرج کسر اولی را ضرب ۵ (مخرج کسر دومی) و صورت و مخرج کسر دومی را ضرب ۷ (مخرج کسر اولی) می کنیم.

در این صورت هر دو کسر دارای مخرج ۳۵ می‌شوند.

$$\frac{۳}{۷} = \frac{۳ \times ۵}{۷ \times ۵} = \frac{۱۵}{۳۵}$$

$$\frac{۲}{۵} = \frac{۲ \times ۷}{۵ \times ۷} = \frac{۱۴}{۳۵}$$

$$\frac{۱۵}{۳۵} > \frac{۱۴}{۳۵}$$

از طرف دیگر چون:

$$\frac{۳}{۷} = \frac{۱۵}{۳۵} \qquad \frac{۲}{۵} = \frac{۱۴}{۳۵}$$

در نتیجه:

$$\frac{۳}{۷} > \frac{۲}{۵}$$

در صورتی که مخرج یک کسر بر مخرج کسر دیگر قابل تقسیم باشد، مقایسهٔ چنین کسرها آسانتر است؛ زیرا در این صورت به آسانی کسر دومی را به کسر معادل آن تبدیل کرده می‌توانیم.

مثال: دو کسر $\frac{۵}{۸}$ و $\frac{۳}{۴}$ را با هم مقایسه می‌کنیم؛ چون مخرج کسر $\frac{۵}{۸}$ یعنی ۸ بر مخرج کسر $\frac{۳}{۴}$ یعنی ۴ قابل تقسیم است؛ پس داریم

که:

$$\frac{۳}{۴} = \frac{۶}{۸}$$

اکنون می‌توانیم دو کسر $\frac{۶}{۸}$ و $\frac{۵}{۸}$ را با هم مقایسه کنیم.

بنابر آن: $\frac{۶}{۸} > \frac{۵}{۸}$

پس: $\frac{۳}{۴} > \frac{۵}{۸}$

طریقهٔ دوم

برای مقایسهٔ کسرها با صورت‌ها و مخرج‌های مختلف، کسرهای مذکور را به کسرهایی که دارای صورت‌های مساوی باشند، تبدیل نموده، بعد آن‌ها را مانند کسرهای که صورت‌های آن‌ها با هم مساوی می‌باشند، مقایسه می‌نماییم.

مثال: دو کسر $\frac{۲}{۳}$ و $\frac{۴}{۵}$ را چنین مقایسه می‌کنیم.

حل: در ابتدا کسرهای مذکور را به کسرهایی که دارای صورت‌های مساوی باشند تبدیل می‌کنیم، یعنی صورت و مخرج کسر اولی را ضرب ۴ (صورت کسر دومی) و صورت و مخرج کسر دومی را ضرب ۲ (صورت کسر اولی) می‌کنیم.

$$\frac{۴}{۵} = \frac{۴ \times ۲}{۵ \times ۲} = \frac{۸}{۱۰} \qquad \frac{۲}{۳} = \frac{۲ \times ۴}{۳ \times ۴} = \frac{۸}{۱۲}$$

چون صورت‌های کسرهای $\frac{۸}{۱۲}$ و $\frac{۸}{۱۰}$ با هم مساوی می‌باشند؛

بنابرآن:

$$\frac{۸}{۱۰} > \frac{۸}{۱۲}$$

از طرف دیگر چون $\frac{۴}{۵} = \frac{۸}{۱۰}$ و $\frac{۲}{۳} = \frac{۸}{۱۲}$ است؛ در نتیجه:

$$\frac{۴}{۵} > \frac{۲}{۳}$$

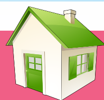
فعالیت

۱- کسرهای زیر را با گذاشتن یکی از علامت‌های (<، > و =) مقایسه کنید .

$\frac{۶}{۱۸} \square \frac{۶}{۲۵}$ ، $\frac{۸}{۱۲} \square \frac{۸}{۱۲}$ ، $\frac{۵}{۹} \square \frac{۲}{۹}$

۲- کسرهای زیر را با مساوی ساختن مخرج‌ها، مقایسه کنید.

$\frac{۳}{۵} \square \frac{۴}{۷}$ ، $\frac{۴}{۶} \square \frac{۷}{۱۲}$ ، $\frac{۱}{۳} \square \frac{۶}{۹}$



کار خانه‌گی

کسرهای زیر را با گذاشتن علامت‌های (<، > و =) درجاهای خالی مقایسه کنید.

$\frac{۶}{۶} \square \frac{۱۲}{۱۲}$ ، $\frac{۷}{۱۶} \square \frac{۳}{۱۶}$ ، $\frac{۳}{۷} \square \frac{۳}{۸}$

$\frac{۷}{۱۲}$ ☐ $\frac{۴}{۶}$ $\frac{۵}{۱۶}$ ☐ $\frac{۴}{۱۸}$ $\frac{۵}{۱۲}$ ☐ $\frac{۹}{۱۵}$



تمرین

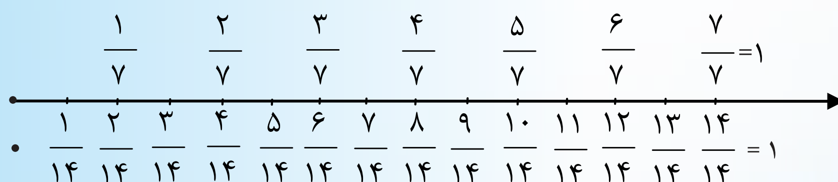
۱- هر جوره از کسرهای زیر را مقایسه کنید و نتیجه را توسط علامت (< یا >) نشان دهید.

$\frac{۱۲}{۲۰}$ و $\frac{۷}{۲۰}$ ، $\frac{۹}{۱۰}$ و $\frac{۶}{۱۰}$ ، $\frac{۳}{۷}$ و $\frac{۳}{۹}$ ، $\frac{۷}{۸}$ و $\frac{۲۰}{۸}$

$\frac{۱۵}{۴۸}$ و $\frac{۱۵}{۴۰}$ ، $\frac{۲۲}{۳۲}$ و $\frac{۱۶}{۳۲}$ ، $\frac{۱۰}{۱۶}$ و $\frac{۷}{۱۶}$ ، $\frac{۲۳}{۶۸}$ و $\frac{۲۳}{۷۵}$

$\frac{۱۰۰۰۱}{۱۰۰۰۱}$ و $\frac{۱۰۰۲}{۱۰۰۰۱}$ ، $\frac{۱۶۸}{۲۰۰}$ و $\frac{۱۶۸}{۲۷}$ ، $\frac{۱۷}{۸۵}$ و $\frac{۱۷}{۴۹}$ ، $\frac{۱۱}{۱۸}$ و $\frac{۱۴}{۱۸}$

۲- با استفاده از محور اعداد، در خانه‌های خالی (○) زیر، علامت مناسب (< یا >) را در بین هر جوره از کسرها بگذارید.



$\frac{۶}{۷}$ ○ $\frac{۱۱}{۱۴}$ $\frac{۱}{۷}$ ○ $\frac{۶}{۷}$ $\frac{۴}{۷}$ ○ $\frac{۱۳}{۱۴}$ $\frac{۱۳}{۱۴}$ ○ $\frac{۵}{۷}$

$\frac{۳}{۷} \bigcirc \frac{۵}{۱۴}$ ، $\frac{۹}{۱۴} \bigcirc \frac{۲}{۷}$ ، $\frac{۲}{۷} \bigcirc \frac{۰}{۷}$ ، $\frac{۴}{۷} \bigcirc \frac{۳}{۱۴}$

۳- با استفاده از هم‌مخرج ساختن، هر جوره از کسرهای زیر را مقایسه نمایید.

$\frac{۷}{۸}$ و $\frac{۵}{۶}$ ، $\frac{۸}{۹}$ و $\frac{۶}{۷}$ ، $\frac{۴}{۵}$ و $\frac{۳}{۴}$

$\frac{۳}{۵}$ و $\frac{۴}{۱۵}$ ، $\frac{۱۵}{۱۴}$ و $\frac{۳}{۷}$ ، $\frac{۳}{۴}$ و $\frac{۵}{۶}$

۴- با گذاشتن یکی از علامت‌های (<، > و یا =)، کسرهای زیر را مقایسه کنید.

$\frac{۲۳}{۴۰} \square \frac{۳۲}{۴۰}$ ، $\frac{۵}{۹} \square \frac{۲}{۹}$

$\frac{۵}{۱۸} \square \frac{۷}{۱۸}$ ، $\frac{۱۱}{۱۲} \square \frac{۱۰}{۱۲}$

$\frac{۷}{۱۲} \square \frac{۲}{۳}$ ، $\frac{۳}{۴} \square \frac{۹}{۱۴}$

$\frac{۱۵}{۳۰} \square \frac{۱۵}{۳۰}$ ، $\frac{۸}{۱۲} \square \frac{۸}{۱۲}$

تصحیح و غیرواجب کردن کسرها

الف) تصحیح کسرها

- کسرهای $\frac{۷}{۲}$ و $۳\frac{۱}{۲}$ را در شکل نشان دهید؟
- آیا کسر $\frac{۷}{۲}$ را به کسر $۳\frac{۱}{۲}$ تبدیل کرده توانید؟



یک کسر بزرگتر از واحد (کسرغیر واقعی) دارای دو شکل می‌باشد. شکل کسری و شکل کسر مخلوط، طور مثال: کسر غیر واقعی $\frac{۷}{۲}$ دارای دو شکل زیر می‌باشد.

$$\frac{۷}{۲} \text{ و } ۳\frac{۱}{۲}$$

$\frac{۷}{۲}$ را شکل کسری و $۳\frac{۱}{۲}$ را شکل کسر مخلوط می گویند و آن را چنین می‌خوانند: سه صحیح یک بر دو.

بعضی این نوع کسرها را ($۳\frac{۱}{۲}$) به نام کسرهایی که دارای عدد صحیح اند، نیز یاد می کنند.

برای تبدیل کردن شکل کسری، یک کسر به شکل کسر مخلوط به مثال‌های زیر متوجه شوید.

۱- شکل کسری، کسر $\frac{۱۲}{۷}$ را به شکل کسر مخلوط چنین تبدیل می کنیم.

$$\begin{array}{r|l} ۱۲ & ۷ \\ \cline{2-2} -۷ & ۱ \\ \hline ۵ & \end{array}$$

در نتیجه: $\frac{۱۲}{۷} = ۱\frac{۵}{۷}$

۲-شکل کسری، کسر $\frac{۲۹}{۱۳}$ را به شکل کسر مخلوط چنین تبدیل می کنیم:

$$\begin{array}{r|l} ۲۹ & ۱۳ \\ \cline{2-2} -۲۶ & ۲ \\ \hline ۳ & \end{array}$$

در نتیجه: $\frac{۲۹}{۱۳} = ۲\frac{۳}{۱۳}$

تبدیل کردن شکل کسری یک کسر را به شکل کسر مخلوط تصحیح کسر عام می گویند. در تبدیل کردن شکل کسری یک کسر به شکل کسر مخلوط، صورت کسر را تقسیم مخرج آن نموده، خارج قسمت را عدد صحیح و باقیمانده را در صورت بر همان مخرج اولی می‌نویسیم.

مثال: کسر $\frac{۳۱}{۱۴}$ را این طور تصحیح می‌نماییم:

$$\begin{array}{r|l} ۳۱ & ۱۴ \\ \cline{2-2} -۲۸ & ۲ \\ \hline ۳ & \end{array}$$

در نتیجه $\frac{۳۱}{۱۴} = ۲\frac{۳}{۱۴}$

فعالیت

- کسرهای $\frac{۳۲}{۵}$، $\frac{۴۵}{۴}$ و $\frac{۵۲}{۹}$ را تصحیح نمایید.



کار خانه‌گی

کسرهای $\frac{۷۳}{۲۳}$ و $\frac{۸۲}{۱۸}$ را تصحیح کنید.



ب) غیرواجب کسرها

• آیا کسر $۳\frac{۱}{۲}$ را به شکل کسر $\frac{۷}{۲}$ تبدیل کرده می‌توانید؟

چنانکه یک کسر غیر واقعی را از شکل کسری به شکل کسر مخلوط تبدیل کردیم، می‌توانیم شکل کسر مخلوط یک کسر را به شکل کسری آن نیز تبدیل نماییم.

مثال‌ها

۱- کسر مخلوط $۲\frac{۳}{۵}$ را به شکل کسری چنین تبدیل می‌نماییم:

$$۲\frac{۳}{۵} = \frac{۲ \times ۵ + ۳}{۵} = \frac{۱۰ + ۳}{۵} = \frac{۱۳}{۵}$$

پس: $$۲\frac{۳}{۵} = \frac{۱۳}{۵}$$

۲- کسرمخلوط $۶\frac{۲}{۷}$ به شکل کسری آن چنین تبدیل می گردد:

$$۶\frac{۲}{۷} = \frac{۶ \times ۷ + ۲}{۷} = \frac{۴۲ + ۲}{۷} = \frac{۴۴}{۷}$$

پس: $۶\frac{۲}{۷} = \frac{۴۴}{۷}$

تبدیل کردن یک کسر مخلوط به شکل کسری به نام غیرواجب کردن کسر یاد می‌شود. در تبدیل کردن شکل کسر مخلوط به شکل کسری، عدد صحیح را در مخرج کسر ضرب نموده، حاصل ضرب را با صورت جمع می کنیم و در صورت می‌نویسیم و در مخرج، همان مخرج قبلی را می‌نویسیم.

مثال: کسر $۸\frac{۶}{۷}$ را طور زیر غیرواجب می کنیم.

$$۸\frac{۶}{۷} = \frac{۸ \times ۷ + ۶}{۷} = \frac{۵۶ + ۶}{۷} = \frac{۶۲}{۷}$$

پس: $۸\frac{۶}{۷} = \frac{۶۲}{۷}$

فعالیت

- کسرهای مخلوط ($۴\frac{۲}{۳}$ ، $۸\frac{۳}{۴}$ و $۱۵\frac{۶}{۷}$) را غیر واجب نمایید.



کار خانه گی

ـ کسرهای مخلوط ($۱۴\frac{۵}{۱۴}$ و $۱۸\frac{۱۵}{۲۳}$) را غیرواجب کنید.



تمرین

۱- کسرهای زیر را تصحیح نمایید.

$\frac{۶۲}{۷}$ ، $\frac{۴۱}{۹}$ ، $\frac{۲۹}{۶}$ ، $\frac{۱۸}{۴}$ ، $\frac{۲۷}{۵}$

$\frac{۳۱۴}{۷}$ ، $\frac{۳۱}{۸}$ ، $\frac{۴۵}{۸}$ ، $\frac{۲۴}{۷}$ ، $\frac{۲۷}{۳}$

۲- کسرهای زیر را که به شکل کسر مخلوط نوشته شده اند، غیرواجب نمایید.

$۳۲\frac{۵}{۸}$ ، $۲۵\frac{۱}{۳}$ ، $۸\frac{۲}{۹}$ ، $۷\frac{۴}{۷}$ ، $۶\frac{۱}{۴}$ ، $۳\frac{۲}{۵}$

$۷\frac{۳۵}{۴۷}$ ، $۱۱۵\frac{۲۸}{۳۰}$ ، $۹۰۵\frac{۳}{۱۱}$ ، $۹۹\frac{۸}{۹}$ ، $۹۸\frac{۵}{۶}$ ، $۱۹\frac{۷}{۸}$

جمع کسرها



جمع کسرهایی که مخرج‌های مختلف داشته باشند



- آیا کسرهایی را که مخرج‌های مساوی داشته باشند، با هم جمع نموده می‌توانید؟
- آیا کسرهایی را که در مخرج‌های آن‌ها، مضرب تمام مخرج‌ها موجود باشد، با هم جمع نموده می‌توانید؟
- آیا کسرهایی را که مخرج‌های مختلف داشته باشند، با هم جمع نموده می‌توانید؟

کسرهایی را که می‌خواهیم با هم جمع نماییم، در اول می‌بینیم که هم‌مخرج اند یا خیر؛ در صورتی که هم‌مخرج باشند؛ چنانچه می‌دانید از جملهٔ مخرج‌های مساوی یک مخرج را به حیث مخرج مشترک کسرها در نظر می‌گیریم و بعد صورت‌های کسرهای مذکور را با هم جمع نموده، و در صورت کسر حاصله می‌نویسیم؛ طور زیر:

۱- $\frac{۳}{۵} + \frac{۴}{۵} = \frac{۳+۴}{۵} = \frac{۷}{۵} = ۱\frac{۲}{۵}$

۲- $\frac{۱}{۷} + \frac{۳}{۷} = \frac{۱+۳}{۷} = \frac{۴}{۷}$

۳- $\frac{۴}{۱۵} + \frac{۹}{۱۵} = \frac{۴+۹}{۱۵} = \frac{۱۳}{۱۵}$

در صورتی که کسرها هم‌مخرج نباشند، اول آن‌ها را هم‌مخرج نموده؛ سپس آن‌ها را با هم جمع می کنیم؛ چنانچه قبلاً مطالعه نمودیم که اگر صورت و مخرج یک کسر در عین عدد غیر از صفر ضرب شود، کسر معادل آن به دست می آید.

بنابراین برای هم‌مخرج ساختن کسرهایی که دارای عین مخرج نباشند، صورت و مخرج کسر اولی را در مخرج کسر دومی و صورت و مخرج کسر دومی را در مخرج کسر اولی ضرب می‌نماییم و کسرهای معادل آن‌ها را که هم‌مخرج اند، حاصل می‌نماییم.

مثال‌ها:

۱- $$\frac{۲}{۳}+\frac{۱}{۴}=\frac{۲\times۴}{۳\times۴}+\frac{۱\times۳}{۴\times۳}=\frac{۸}{۱۲}+\frac{۳}{۱۲}=\frac{۸+۳}{۱۲}=\frac{۱۱}{۱۲}$$

۲- $$\frac{۲}{۳}+\frac{۵}{۶}=\frac{۲\times۶}{۳\times۶}+\frac{۵\times۳}{۶\times۳}=\frac{۱۲}{۱۸}+\frac{۱۵}{۱۸}=\frac{۱۲+۱۵}{۱۸}=\frac{۲۷}{۱۸}$$

۳- $$\frac{۴}{۹}+\frac{۵}{۱۲}=\frac{۴\times۱۲}{۹\times۱۲}+\frac{۵\times۹}{۱۲\times۹}=\frac{۴۸}{۱۰۸}+\frac{۴۵}{۱۰۸}=\frac{۴۸+۴۵}{۱۰۸}=\frac{۹۳}{۱۰۸}$$

در صورتی که یکی از مخرج‌ها، مضرب تمام مخرج‌ها باشد، مضرب تمامی مخرج‌ها را به حیث مخرج مشترک انتخاب نمود، بعد از آن عملیهٔ جمع را چنین انجام می‌دهیم:

۴- $$\frac{۳}{۴}+\frac{۵}{۸}=\frac{(۸\div۴)\times۳+(۸\div۸)\times۵}{۸}=\frac{۲\times۳+۱\times۵}{۸}=\frac{۶+۵}{۸}$$

$$=\frac{۱۱}{۸}=۱\frac{۳}{۸}$$

فعالیت

کسرهای زیر را با در نظر داشت مثال‌های حل‌شدهٔ فوق، جمع نمایید.

$\frac{۴}{۶}+\frac{۷}{۱۲}=$ ، $\frac{۵}{۹}+\frac{۴}{۱۴}=$ ، $\frac{۲}{۶}+\frac{۳}{۵}=$

کار خانه‌گی

کسرهای زیر را جمع کنید.

$\frac{۱}{۶}+\frac{۲}{۳}=$ ، $\frac{۵}{۱۱}+\frac{۹}{۱۲}=$ ، $\frac{۲}{۵}+\frac{۳}{۷}=$

تمرین

۱- کسرهای زیر را جمع کنید.

$\frac{۱۱}{۵}+\frac{۴}{۱۱}=$ ، $\frac{۱۴}{۳۲}+\frac{۶}{۳۲}=$ ، $\frac{۱}{۵}+\frac{۲}{۵}=$ ، $\frac{۷}{۸}+\frac{۶}{۸}=$

۲- مجموع طول دو درازچوکی را معلوم کنید که طول یکی آن $\frac{۳}{۸}$ متر و طول دیگر آن $\frac{۴}{۸}$ متر است.

۳- داوود $\frac{۱}{۵}$ حصهٔ نان و فهیمه $\frac{۳}{۵}$ حصهٔ نان را خورده است، معلوم کنید که هر دوی شان در مجموع چقدر نان را خورده اند؟

۴- یک شاگرد $\frac{۱}{۵}$ حصهٔ کتاب ریاضی خود را در یک روز و $\frac{۲}{۷}$ حصهٔ آن را روز بعد تکرار نموده است، معلوم کنید که شاگرد موصوف چندم حصهٔ کتاب خود را در دو روز تکرار کرده است؟

۵- یک دهقان $\frac{۱}{۳}$ حصهٔ زمین خود را دیروز و $\frac{۱}{۴}$ حصهٔ آن را امروز قلبه نموده است، معلوم کنید که وی در دو روز چقدر زمین را قلبه نموده است؟

جمع کسرها به کمک کوچکترین مضرب مشترک

• آیا در جمع کسرها با مخرج‌های مختلف می‌توان مخرج مشترک را کوچکترین مضرب مشترک مخرج‌ها تعیین نمود ؟

به مثال‌های زیر توجه کنید.



۱- کسرهای $\frac{۵}{۸}$ و $\frac{۷}{۱۲}$ را طور زیر جمع می‌نماییم:

حل: اول کوچکترین مضرب مشترک مخرج ها (۸ و۱۲) را دریافت می کنیم.

۲	۸	۱۲
۲	۴	۶
	۲	۳

کوچکترین مضرب مشترک مخرجها ۲۴ = ۲ × ۲ × ۲ × ۳

حالا عدد ۲۴ را مخرج مشترک کسرهای $\frac{۵}{۸}$ و $\frac{۷}{۱۲}$ قرار می‌دهیم مخرج مشترک (۲۴) را بر هر یک از مخرج‌ها، تقسیم و حاصل تقسیم را در صورت هر یک از کسرها ضرب نموده، حاصل آن‌ها را با هم جمع می کنیم و در صورت می‌نویسیم

$$\frac{۵}{۸}+\frac{۷}{۱۲}=\frac{(۲۴\div۸)\times۵+(۲۴\div۱۲)\times۷}{۲۴}$$

$$=\frac{(۳\times۵)+(۲\times۷)}{۲۴}=\frac{۱۵+۱۴}{۲۴}=\frac{۲۹}{۲۴}=۱\frac{۵}{۲۴}$$

۲- کسرهای $\frac{۷}{۱۸}$ و $\frac{۴}{۲۷}$ را طور زیر جمع می‌نماییم:

حل: کوچکترین مضرب مشترک مخرجها (۱۸ و ۲۷) را چنین دریافت می‌داریم.

۳	۱۸	۲۷
۳	۶	۹
	۲	۳

بنابرآن کوچکترین مضرب مشترک مخرجها (۲۷ و ۱۸) عبارت است از: ۵۴ = ۳ ×۳ × ۲ × ۳

پس:

$$\frac{۷}{۱۸}+\frac{۴}{۲۷}=\frac{(۵۴\div ۱۸)\times ۷+(۵۴\div ۲۷)\times ۴}{۵۴}=\frac{(۳\times ۷)+(۲\times ۴)}{۵۴}=\frac{۲۱+۸}{۵۴}=\frac{۲۹}{۵۴}$$

فعالیت

کسرهای زیر را به واسطهٔ کوچکترین مضرب مشترک، هم‌مخرج نموده و با هم جمع نمایید.

۱- $\frac{۷}{۱۵}+\frac{۵}{۱۸}=?$

۲- $\frac{۹}{۲۴}+\frac{۱۱}{۳۲}=?$



کار خانه‌گی

کسرهای زیر را به واسطهٔ کوچکترین مضرب مشترک، هم‌مخرج نموده و با هم جمع کنید.

$\frac{۱۱}{۱۸}+\frac{۹}{۱۶}=$

$\frac{۳}{۱۰}+\frac{۲}{۷}=$

$\frac{۴}{۶}+\frac{۷}{۱۲}=$

جمع کسرهای مخلوط



• جمع کسرهای دارای عدد صحیح با جمع کسرهای بدون عدد صحیح چی تفاوت دارد؟

کسرهای مخلوط با مخرج‌های مساوی طور زیر جمع می گردند.

۱- کسرهای ($۳\frac{۱}{۸}$ و $۲\frac{۳}{۸}$) را چنین جمع می کنیم:



طریقهٔ اول

$$۲\frac{۳}{۸} + ۳\frac{۱}{۸} = \frac{۱۹}{۸} + \frac{۲۵}{۸} = \frac{۱۹ + ۲۵}{۸} = \frac{\cancel{۴۴}^{۱۱}}{\cancel{۸}_{۲}} = \frac{۱۱}{۲} = ۵\frac{۱}{۲}$$



طریقهٔ دوم

$$۲\frac{۳}{۸} + ۳\frac{۱}{۸} = (۲ + ۳) + (\frac{۳}{۸} + \frac{۱}{۸}) = ۵ + (\frac{۳ + ۱}{۸}) = ۵ + \frac{۴}{۸} = ۵\frac{\cancel{۴}^{۱}}{\cancel{۸}_{۲}} = ۵\frac{۱}{۲}$$

کسرهای مخلوط با مخرج‌های مختلف طور زیر جمع می‌شوند.

۲- کسرهای ($۴\frac{۱}{۴}$ و $۱\frac{۲}{۳}$) را چنین جمع می کنیم:

طریقهٔ اول

$$۴\frac{۱}{۴}+۱\frac{۲}{۳}=\frac{۱۷}{۴}+\frac{۵}{۳}$$

۱۲= کوچکترین مضرب مشترک مخرج‌ها (۴ و ۳)

$$۴\frac{۱}{۴}+۱\frac{۲}{۳}=\frac{۱۷}{۴}+\frac{۵}{۳}=\frac{(۱۲\div۴)\times۱۷+(۱۲\div۳)\times۵}{۱۲}$$

$$=\frac{(۳\times۱۷)+(۴\times۵)}{۱۲}=\frac{۵۱+۲۰}{۱۲}=\frac{۷۱}{۱۲}=۵\frac{۱۱}{۱۲}$$

طریقهٔ دوم

$$۴\frac{۱}{۴}+۱\frac{۲}{۳}=(۴+۱)+(\frac{۱}{۴}+\frac{۲}{۳})=۵+(\frac{(۱۲\div۴)\times۱+(۱۲\div۳)\times۲}{۱۲})$$

$$۵+(\frac{(۳\times۱)+(۴\times۲)}{۱۲})=۵+(\frac{۳+۸}{۱۲})=۵+\frac{۱۱}{۱۲}=۵\frac{۱۱}{۱۲}$$

۳– زلمی توسط موترسایکل از خانه به طرف باغ خود حرکت کرد. در ساعت اول $۴\frac{۳}{۵}$ کیلومتر، در ساعت دوم $۳\frac{۴}{۷}$ کیلومتر و در ساعت سوم $۳\frac{۱}{۵}$ کیلومتر راه را طی نموده و به باغ رسید؛ معلوم کنید که وی در مجموع چند کیلومتر مسافت را پیموده است؟

حل

$$۴\frac{۳}{۵}+۳\frac{۴}{۷}+۳\frac{۱}{۵}=\frac{۲۳}{۵}+\frac{۲۵}{۷}+\frac{۱۶}{۵}$$

۳۵ = کوچکترین مضرب مشترک مخرج‌ها (۵ و ۷)

$$\frac{۲۳}{۵}+\frac{۲۵}{۷}+\frac{۱۶}{۵}=\frac{(۳۵\div ۵)\times ۲۳+(۳۵\div ۷)\times ۲۵+(۳۵\div ۵)\times ۱۶}{۳۵}$$

$$=\frac{(۷\times ۲۳)+(۵\times ۲۵)+(۷\times ۱۶)}{۳۵}$$

$$=\frac{۱۶۱+۱۲۵+۱۱۲}{۳۵}=\frac{۳۹۸}{۳۵}=۱۱\frac{۱۳}{۳۵}$$

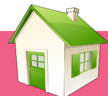
فعالیت

۱-کسرهای زیر را غیرواجب نموده؛ سپس با هم جمع کنید.

$$۹\frac{۳}{۱۱}+۳\frac{۶}{۱۲}=$$

۲- در کسرهای زیر، اعداد صحیح و کسرها را جدا جدا جمع کنید.

$$۲\frac{۵}{۱۲}+۶\frac{۳}{۲۸}=$$



کار خانه‌گی

کسرهای زیر را با هم جمع کنید.

$$۴\frac{۹}{۱۶}+۳\frac{۵}{۳۶} \quad ، \quad ۷\frac{۱}{۲}+۱۵\frac{۱}{۲}+۴۲\frac{۳}{۴}=$$



تمرین

۱- کسرهای زیر را با هم جمع کنید.

$\frac{۱۱}{۵} + \frac{۴۴}{۱۱} =$ ، $\frac{۶}{۳۱} + \frac{۱۴}{۳۲} =$ ، $\frac{۶}{۸} + \frac{۷}{۸} =$

$\frac{۱۷۸}{۸} + \frac{۱۱۲}{۶} =$ ، $\frac{۲۵}{۱۰۰} + \frac{۱۲۵}{۱۰۰} =$ ، $\frac{۱}{۱۷} + \frac{۷۸}{۱۲} =$

۲- کسرهای زیر را توسط دریافت کوچکترین مضرب مشترک مخرج‌ها، هم‌مخرج سازید و با هم جمع نمایید.

$\frac{۱}{۳} + \frac{۶}{۷} + \frac{۱۲}{۲۱} =$ ، $\frac{۶}{۹} + \frac{۷}{۱۸} =$ ، $\frac{۵}{۳۶} + \frac{۳}{۴۸} =$

$\frac{۵۰}{۸۰} + \frac{۱۷}{۲۴} + \frac{۱۳}{۲۰} =$ ، $\frac{۱۷}{۳۶} + \frac{۹۸}{۱۰۸} =$ ، $\frac{۸}{۱۳} + \frac{۲۵}{۱۱} =$

۳- کسرهای زیر را با هم جمع کنید.

$۳\frac{۴}{۵} + ۱\frac{۳}{۷} + ۶\frac{۱}{۱۴} =$ ، $۹\frac{۳}{۱۱} + ۳\frac{۶}{۱۲} =$ ، $۱\frac{۴}{۹} + ۲\frac{۱}{۹} =$

$\frac{۸}{۹} + ۹\frac{۳}{۴} + ۷\frac{۳}{۱۰} =$ ، $۸\frac{۱۲}{۵۰} + ۲۵\frac{۶}{۵۱} =$ ، $۷\frac{۳}{۸} + ۵\frac{۱}{۸} =$

۴- قیمت یک دانه قلم $۸\frac{۱}{۵}$ افغانی و قیمت یک جلد کتابچه $۱۷\frac{۳}{۴}$ افغانی است، مجموع قیمت قلم و کتابچه را معلوم کنید.

۵- عارف $\frac{۳}{۴}$ حصهٔ پول خود را برای خرید کتابچه مصرف نموده و $\frac{۱}{۷}$ حصهٔ پول خود را یک قلم خودرنگ خریده است، معلوم کنید که چندم حصهٔ پول خود را مصرف کرده است.

۶- جمیله $\frac{۱}{۳}$ حصهٔ کیک را روز دوشنبه و $\frac{۲}{۶}$ حصهٔ آن را روز سه شنبه خورده است، معلوم کنید در مجموع چندم حصهٔ کیک را در دو روز خورده است.

۷- در یک مسابقهٔ دوش سلما $۴\frac{۱}{۴}$ دور و شایسته $۳\frac{۲}{۵}$ دور دویده است، معلوم کنید که آن‌ها در مجموع چند دور دویده اند.

۸- گلالی برای ساختن کیک، $۵\frac{۲}{۷}$ پیاله آرد و برای پختن نان $۴\frac{۱}{۱۴}$ پیاله آرد را مصرف کرده است، معلوم کنید که وی در مجموع چند پیاله آرد مصرف نموده است.

۹- خُرم به مدت $۱\frac{۱}{۲}$ ساعت از یک قریه سفر کرده بعد از یک توقف، مدت $۲\frac{۱}{۴}$ ساعت دیگر سفر می کند تا به کابل می‌رسد؛ معلوم کنید که وی در مجموع چند ساعت سفر نموده است.

۱۰- احمد $\frac{۳}{۴}$ حصۀ پول جیب خود را برای خرید کیک و $\frac{۱}{۸}$ حصۀ آن را برای خرید شیرینی مصرف کرده است؛ معلوم کنید که وی کدام کسر پول خود را مصرف کرده است.

تفریق کسرها



تفریق کسرهایی که مخرج‌های مختلف داشته باشند



- تفریق کسرها با جمع کسرها چی تفاوت دارد؟
- آیا در عملیهٔ تفریق کسرها برای دریافت مخرج مشترک از کوچکترین مضرب مشترک مخرج‌ها استفاده می‌شود؟ چطور؟

کسرهایی را که می‌خواهیم تفریق نماییم، مانند جمع اول می‌بینیم که هم‌مخرج اند و یا خیر؛ چنانچه می‌دانید، در صورتی که هم‌مخرج باشند یکی از مخرج‌های مساوی را در مخرج کسر قرار داده، صورت‌ها را از یکدیگر تفریق می‌کنیم و در صورت کسر می‌نویسیم.

مثال‌ها

۱- $\frac{۵}{۶} - \frac{۳}{۶} = \frac{۵ - ۳}{۶} = \frac{۲}{۶} = \frac{۱}{۳}$

۲- $\frac{۵}{۸} - \frac{۳}{۸} = \frac{۵ - ۳}{۸} = \frac{۲}{۸} = \frac{۱}{۴}$

در صورتی که کسرها هم‌مخرج نباشند اول مانند جمع آن‌ها را هم‌مخرج نموده، بعد از همدیگر تفریق می‌کنیم.

مثال‌ها

۳- $\frac{۴}{۵} - \frac{۲}{۷} = \frac{۴ \times ۷}{۵ \times ۷} - \frac{۲ \times ۵}{۷ \times ۵} = \frac{۲۸}{۳۵} - \frac{۱۰}{۳۵} = \frac{۲۸ - ۱۰}{۳۵} = \frac{۱۸}{۳۵}$

۴- $\frac{۳}{۷} - \frac{۱}{۹} = \frac{۳ \times ۹}{۷ \times ۹} - \frac{۱ \times ۷}{۹ \times ۷} = \frac{۲۷}{۶۳} - \frac{۷}{۶۳} = \frac{۲۷ - ۷}{۶۳} = \frac{۲۰}{۶۳}$

تفریق کسرها به کمک کوچکترین مضرب مشترک

برای تفریق کسرهایی که هم‌مخرج نباشند علاوه بر طریقهٔ قبلی می‌توانیم مانند جمع به کمک دریافت کوچکترین مضرب مشترک مخرج‌ها نیز آن‌ها را هم‌مخرج ساخته و از هم تفریق نماییم.

مثال اول: کسر $\frac{۵}{۱۲}$ از کسر $\frac{۱۱}{۱۵}$ چنین تفریق می گردد.

حل: اول کوچکترین مضرب مشترک مخرج‌ها را دریافت می کنیم؛ بعد از آن مانند جمع، کوچکترین مضرب مشترک را به مخرج هر کسر تقسیم می کنیم و حاصل تقسیم را در صورت همان کسر ضرب کرده، از هم تفریق می‌نماییم.

۱۵	۱۲	۳
۵	۴	

$۵ \times ۴ \times ۳ = ۶۰$

چون کوچکترین مضرب مشترک مخرج‌ها (۱۲ و ۱۵) عدد ۶۰ می‌باشد؛ پس:

$$\frac{۱۱}{۱۵} - \frac{۵}{۱۲} = \frac{(۶۰ \div ۱۵) \times ۱۱ - (۶۰ \div ۱۲) \times ۵}{۶۰} = \frac{۴ \times ۱۱ - ۵ \times ۵}{۶۰}$$

$$= \frac{۴۴ - ۲۵}{۶۰} = \frac{۱۹}{۶۰}$$

مثال دوم: کسر $\frac{۴}{۱۵}$ از کسر $\frac{۱۳}{۱۸}$ چنین تفریق می گردد:

۱۵	۱۸	۳
۵	۶	

$$۵ \times ۶ \times ۳ = ۹۰$$

چون کوچکترین مضرب مشترک مخرج‌ها (۱۵ و ۱۸) عدد ۹۰ می‌باشد؛ پس:

$$\frac{۱۳}{۱۸} - \frac{۴}{۱۵} = \frac{(۹۰ \div ۱۸) \times ۱۳ - (۹۰ \div ۱۵) \times ۴}{۹۰} = \frac{(۵ \times ۱۳) - (۶ \times ۴)}{۹۰}$$

$$= \frac{۶۵ - ۲۴}{۹۰} = \frac{۴۱}{۹۰}$$

فعالیت

با مساوی ساختن مخرج‌ها، کسرهای داده شدهٔ زیر را از هم تفریق کنید.

$$\frac{۵}{۶} - \frac{۳}{۴} =$$

$$\frac{۱}{۲} - \frac{۳}{۸} =$$

مخرج مشترک کسرهای زیر را به کمک کوچکترین مضرب مشترک دریافت نموده، عملیهٔ تفریق را انجام دهید.

$$\frac{۱۲}{۱۸} - \frac{۹}{۲۷} =$$

$$\frac{۵}{۱۶} - \frac{۷}{۲۸} =$$



کار خانه‌گی

۱– با مساوی ساختن مخرج ها، کسر $\frac{۲}{۳}$ را از کسر $\frac{۱۰}{۱۲}$ تفریق کنید.

۲ – مخرج مشترک کسرهای زیر را به کمک کوچکترین مضرب مشترک دریافت کرده، عملیهٔ تفریق را انجام دهید.

$$\frac{۹}{۱۴} - \frac{۷}{۱۸} =$$



تمرین

۱– کسرهای زیر را از هم تفریق نمایید.

$\frac{۵}{۹} - \frac{۳}{۸}$ ، $\frac{۸}{۱۰} - \frac{۴}{۶}$

$\frac{۱}{۲} - \frac{۳}{۱۲}$ ، $\frac{۶}{۱۲} - \frac{۱}{۴}$

۲– کسرهای زیر را به کمک دریافت کوچکترین مضرب مشترک مخرج‌ها، هم‌مخرج ساخته، از هم تفریق نمایید.

$\frac{۲۴}{۳۰} - \frac{۱۲}{۱۸}$ ، $\frac{۱۸}{۲۴} - \frac{۶}{۱۸}$ ، $\frac{۹}{۱۶} - \frac{۸}{۲۴}$

تفریق کسرهای مخلوط



• تفریق کسرهایی که عدد صحیح دارند با تفریق کسرهایی که عدد صحیح ندارند، چی تفاوت دارد؟

به مثال‌های زیر توجه کنید.

مثال اول: کسر $5\frac{2}{7}$ را از کسر $6\frac{3}{7}$ چنین تفریق می‌نماییم:

حل: اول کسرها را غیرواجب نموده، بعد از آن عملیهٔ تفریق را اجرا می‌نماییم.

$$6\frac{3}{7} - 5\frac{2}{7} = \frac{(7\times6)+3}{7} - \frac{(7\times5)+2}{7} = \frac{42+3}{7} - \frac{35+2}{7} = \frac{45}{7} - \frac{37}{7}$$

$$= \frac{45-37}{7} = \frac{8}{7} = 1\frac{1}{7}$$

مثال دوم: کسر $6\frac{4}{9}$ از کسر $8\frac{5}{12}$ طور زیر تفریق می گردد:

حل:

$$8\frac{5}{12} - 6\frac{4}{9} = \frac{101}{12} - \frac{58}{9}$$

۳۶ = کوچکترین مضرب مشترك مخرج‌ها (۹ و ۱۲)

پس:

$$8\frac{5}{12} - 6\frac{4}{9} = \frac{101}{12} - \frac{58}{9} = \frac{(3\times101)-(4\times58)}{36}$$

$$= \frac{303-232}{36} = \frac{71}{36} = 1\frac{35}{36}$$

مثال سوم: فاصله بین دو قریه $12\frac{6}{7}$ کیلومتر است. یک نفر توسط اسپ از یک قریه به سوی قریهٔ دیگر حرکت کرده است، در صورتی که نفر مذکور $6\frac{4}{5}$ کیلومتر فاصله را طی کرده باشد، معلوم کنید که چند کیلومتر راه باقی مانده است تا به قریهٔ دیگر برسد.

حل:

$$12\frac{6}{7} - 6\frac{4}{5} = \frac{(7 \times 12) + 6}{7} - \frac{(5 \times 6) + 4}{5}$$

$$= \frac{84 + 6}{7} - \frac{30 + 4}{5} = \frac{90}{7} - \frac{34}{5}$$

۳۵ کوچکترین مضرب مشترک مخرج‌ها (۵ و ۷) است.

پس:

$$\frac{90}{7} - \frac{34}{5} = \frac{(5 \times 90) - (7 \times 34)}{35} = \frac{450 - 238}{35} = \frac{212}{35}$$

بنابر آن:

$$12\frac{6}{7} - 6\frac{4}{5} = \frac{212}{35} = 6\frac{2}{35}$$

و یا در تفریق کسرهایی که دارای عدد صحیح اند، اول مخرج مشترک را پیدا می‌نماییم؛ اگر کسر مفروق منه از کسر مفروق کوچکتر باشد، از عدد صحیح کسر مفروق منه یک واحد گرفته و آن را به کسر تبدیل می‌نماییم؛ بعد آن را با کسر مفروق منه جمع می‌کنیم و سپس عدد صحیح را از عدد صحیح و قسمت کسری را از قسمت کسری تفریق می‌نماییم.

مثال چهارم:

$$۳\frac{۱}{۳}-۱\frac{۳}{۴}$$

طـوری کـه دیـده می‌شـود قسـمت کسـری مفروق‌منـه($\frac{۱}{۳}$)کوچکتـر از قسـمت کسـری مفـروق($\frac{۳}{۴}$) اسـت؛ پـس نخسـت از عـدد صحیـح مفروق‌منـه (۳) یـک واحـد را بـا قسـمت کسـری آن جمع نمـوده، بعـد عملیـهٔ تفریـق را انجـام می‌دهیـم:

$$۳\frac{۱}{۳}-۱\frac{۳}{۴}=$$

کسر $۳\frac{۱}{۳}$ را می‌توان به این طریق نیز نوشت: $۲+(۱+\frac{۱}{۳})$

$$۲+(۱+\frac{۱}{۳})-۱\frac{۳}{۴}=۲+(۱+\frac{۱}{۳})$$

$$۲+(\frac{۳}{۳}+\frac{۱}{۳})-۱\frac{۳}{۴}=۲+\frac{۴}{۳}-۱\frac{۳}{۴}=$$

$$۲\frac{۴}{۳}-۱\frac{۳}{۴}=$$

کوچکترین مضرب مشترک مخرج‌ها (۳، ۴) عدد ۱۲ است؛ پس:

$$(۲-۱)+(\frac{۴}{۳}-\frac{۳}{۴})=$$

$$۱+\frac{۱۶-۹}{۱۲}=$$

$$۱+\frac{۷}{۱۲}=۱\frac{۷}{۱۲}$$

فعالیت

کسرهای زیر را از هم تفریق نمایید.

$8\frac{3}{8} - 3\frac{1}{4} =$

$5\frac{1}{2} - 1\frac{3}{4} =$



کار خانه‌گی

کسرهای زیر را از هم تفریق کنید.

$3\frac{3}{4} - 2\frac{1}{3} =$ ، $6\frac{9}{10} - 2\frac{3}{5} =$



تمرین

۱- کسرهای زیر را از هم تفریق کنید.

$\frac{11}{15} - \frac{8}{18}$ ، $\frac{28}{45} - \frac{21}{45}$ ، $\frac{3}{7} - \frac{2}{7}$

$\frac{125}{12} - \frac{98}{36}$ ، $\frac{7}{9} - \frac{5}{12}$ ، $\frac{9}{15} - \frac{6}{15}$

$\frac{30}{8} - \frac{7}{20}$ ، $\frac{9}{5} - \frac{9}{6}$ ، $\frac{13}{21} - \frac{6}{21}$

۲- کسرهای زیر را به کمک دریافت کوچکترین مضرب مشترک مخرج‌ها، هم‌مخرج ساخته و از هم تفریق نمایید.

$\frac{۱۹}{۳۵} - \frac{۱۱}{۴۰}$ ، $\frac{۱۲}{۱۸} - \frac{۹}{۲۷}$ ، $\frac{۵}{۶} - \frac{۲}{۹}$

۳- کسرهای زیر را از هم تفریق نمایید.

$۳۵\frac{۹}{۱۲} - ۱۸\frac{۶}{۲۴}$ ، $۸\frac{۵}{۹} - ۴\frac{۷}{۹}$

$۱۲۸\frac{۲۱}{۴۸} - ۱۱۱\frac{۱۱}{۵۸}$ ، $۲۴\frac{۶}{۱۳} - ۲۱\frac{۸}{۱۳}$

۴- معلم دری از $۱۰۰\frac{۲}{۴}$ صفحهٔ کتاب دری به تعداد $۱۸\frac{۲}{۵}$ صفحهٔ آن را به شاگردان تدریس نموده است، معلوم کنید که چند صفحهٔ کتاب باقی مانده است.

۵- یک مسلمان در یک شبانه‌روز مدت $۱\frac{۲}{۳}$ ساعت را صرف ادای نماز و تلاوت قرآن‌کریم می‌نماید؛ معلوم کنید چند ساعت دیگرآن برای تهیهٔ نفقه، خدمت به مردم و استراحت باقی می‌ماند.

۶- دو قالین که یکی آن $۴\frac{۲}{۳}$ مترمربع اتاق را و دیگر آن $۳\frac{۱}{۲}$ مترمربع اتاق را می‌پوشاند، معلوم کنید که قالین اول نسبت به قالین دوم چند متر مربع بزرگتر است.

۷- یک دهقان از جملهٔ $\frac{۱}{۲}$ ۱۲۵ سیر گندم که آن را برای کشت آماده کرده بود، مقدار $\frac{۳}{۴}$ ۶۵ سیر آن را کشت نموده است؛ معلوم نمایید که چند سیر آن باقی مانده است.

۸- یک ادویه‌فروش از جملهٔ $\frac{۳}{۴}$ ۶۲۵ افغانی، $\frac{۱}{۲}$ ۴۱۲ افغانی را ادویه و پول متباقی را سیروم خریداری نموده است؛ معلوم کنید که چند افغانی را در خرید سیروم به مصرف رسانیده است.

ضرب کسرها

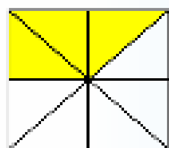
ضرب عدد صحیح در کسر و ضرب کسر در عدد صحیح

• حاصل جمع $(\frac{۱}{۷}+\frac{۱}{۷}+\frac{۱}{۷})$ را به شکل حاصل ضرب تبدیل نموده می‌توانید؟

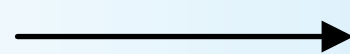
الف: ضرب عدد صحیح در کسر

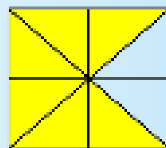
به اشکال زیر متوجه شوید.

۱-



$\frac{۳}{۸}$





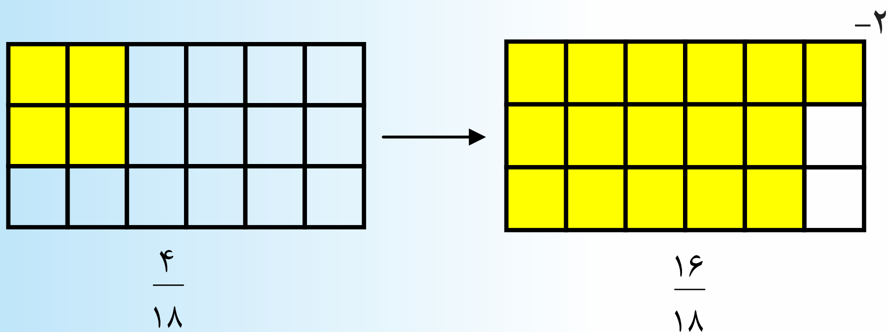
$\frac{۶}{۸}$

در شکل طرف چپ دیده می‌شود که $\frac{۳}{۸}$ حصهٔ شکل رنگ‌شده است،
اگر ۲ تا $\frac{۳}{۸}$ حصه از این شکل رنگ شود، $\frac{۶}{۸}$ حصهٔ آن رنگ می‌شود.

$$\frac{۳}{۸}+\frac{۳}{۸}=\frac{۳+۳}{۸}=\frac{۶}{۸}$$

۲ دفعه ، $\frac{۳}{۸} = ۲\times\frac{۳}{۸}=\frac{۶}{۸}$

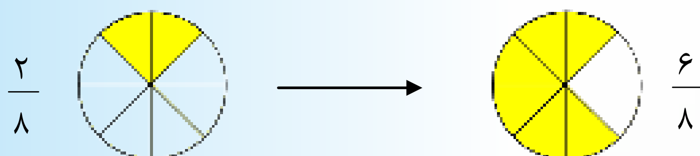
۲ـ



در شکل طرف چپ دیده می‌شود که $\frac{۴}{۱۸}$ حصهٔ شکل رنگ‌شده است، اگر ۴ تا $\frac{۴}{۱۸}$ حصهٔ این شکل رنگ شود، $\frac{۱۶}{۱۸}$ حصهٔ آن شکل رنگ می‌شود؛ پس می‌توانیم بنویسیم:

$$۴ \times \frac{۴}{۱۸} = \frac{۱۶}{۱۸}$$

۳ـ



در شکل طرف چپ دیده می‌شود که $\frac{۲}{۸}$ حصهٔ دایره رنگ‌شده است،

اگر ۳ تا $\frac{۲}{۸}$ حصهٔ این دایره رنگ شود، $\frac{۶}{۸}$ حصهٔ آن رنگ می‌شود؛ پس می‌توانیم بنویسیم:

$$۳ \times \frac{۲}{۸} = \frac{۶}{۸}$$

ب: ضرب کسر در عدد صحیح

به مثال‌های زیر متوجه شوید.

۱- کسر $\frac{۲}{۳}$ ، ۴ دفعه چند می‌شود؟ یا $\frac{۲}{۳} \times ۴ = ?$

کسر $\frac{۲}{۳}$ ،۴ دفعه، یعنی ابتدا هر یک از ۴ واحد را به سه حصهٔ مساوی تقسیم نموده، بعد دو حصهٔ هر واحد را رنگ می‌کنیم، یعنی:



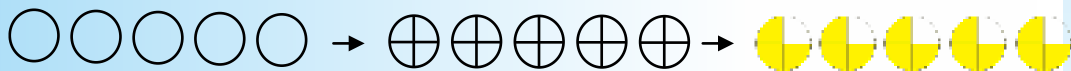
$\frac{۸}{۳}$

طوری که در شکل‌های بالا دیده می‌شود، $\frac{۲}{۳}$ چهار تا ، $\frac{۸}{۳}$ می‌شود.

بنابر آن: $\frac{۲}{۳} \times ۴ = \frac{۸}{۳}$

۲- کسر $\frac{۳}{۴}$ ، ۵ دفعه چند می‌شود؟ یا $\frac{۳}{۴} \times ۵ = ?$

کسر $\frac{۳}{۴}$ ، ۵ دفعه، یعنی اول هر یک از ۵ واحد را به چهارحصهٔ مساوی تقسیم نموده، بعد سه حصهٔ هر واحد را رنگ می کنیم، یعنی:



در شکل‌های بالا دیده می‌شود که $\frac{۳}{۴}$ پنج تا، $\frac{۱۵}{۴}$ می‌شود.

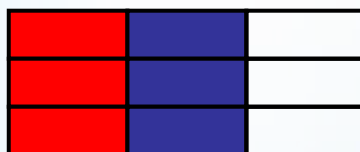
بنابر آن:

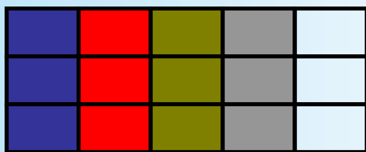
$$\frac{۳}{۴} \times ۵ = \frac{۱۵}{۴} = ۳\frac{۳}{۴}$$

از حل مثال‌های فوق می‌توانیم بنویسیم که: هرگاه یک عدد صحیح در کسر و یا کسر در عدد صحیح ضرب شود، عدد صحیح تنها در صورت کسر ضرب گردیده و بر مخرج اولی نوشته می‌شود.

فعالیت

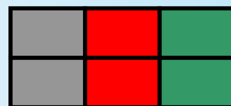
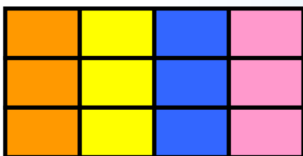
در مورد هریک از شکل‌های زیر، مانند مثال حل شده عمل کنید.





۴ تا $\frac{۳}{۱۵}$ ، $\frac{۱۲}{۱۵}$ می‌شود.

پس: $۴ \times \frac{۳}{۱۵} = \frac{۱۲}{۱۵}$

-.-

-.-

کار خانه‌گی

سؤال‌های زیر را ضرب نمایید .

۳– $\frac{۹}{۱۱} \times ۸ =$ ، ۱– $۵ \times \frac{۳}{۴} =$

۴– $\frac{۴}{۶} \times ۴ =$ ، ۲– $۲ \times \frac{۶}{۷} =$

تمرین

مانند مثال حل شده، سؤال‌های زیر را ضرب نمایید.

$۳ \times \frac{۲}{۱۱}$ ، $۴ \times \frac{۳}{۱۵}$ ، $۲ \times \frac{۵}{۱۲}$ ، $۵ \times \frac{۳}{۱۶} = \frac{۱۵}{۱۶}$

$\frac{۲}{۷} \times ۳$ ، $\frac{۳}{۵} \times ۴$ ، $\frac{۴}{۶} \times ۷$ ، $\frac{۲}{۴} \times ۵$

$\frac{۲}{۴} \times ۷$ ، $\frac{۳}{۷} \times ۲$ ، $\frac{۳}{۵} \times ۸$ ، $\frac{۲}{۳} \times ۴$

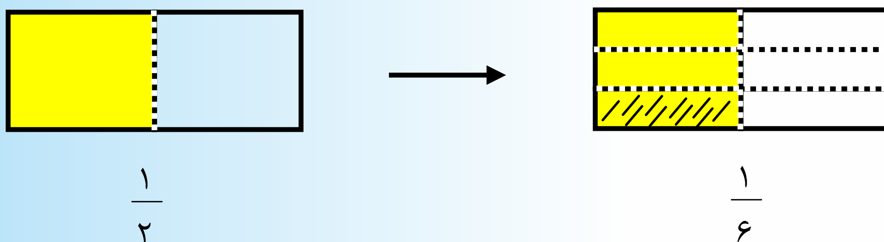
ضرب کسر در کسر



- دو کسر دلخواه خود را بنویسید.
- آیا می‌توانید این دو کسر را با هم ضرب کنید؟

به اشکال زیر متوجه شوید.

۱ـ

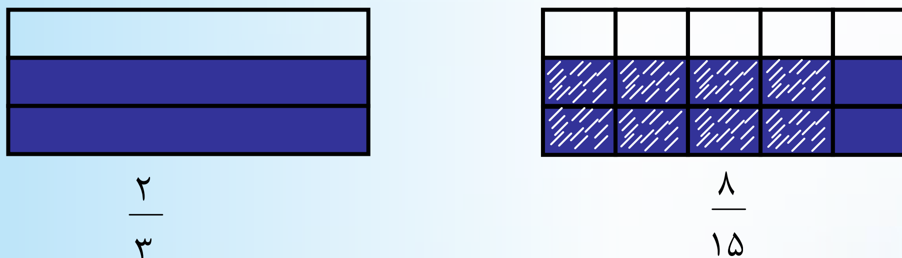


$\frac{۱}{۶}$ $\frac{۱}{۲}$

طوری که در شکل طرف چپ دیده می‌شود، $\frac{۱}{۲}$ حصهٔ شکل رنگ‌شده است، اگر یک سوم حصهٔ این $\frac{۱}{۲}$ را در شکل مقابل آن در نظر بگیریم، $\frac{۱}{۶}$ حصهٔ تمام شکل می‌شود؛ بنابر آن می‌توانیم بنویسیم که:

$$\frac{۱}{۲} \times \frac{۱}{۳} = \frac{۱}{۶}$$

۲ـ



$\frac{۸}{۱۵}$ $\frac{۲}{۳}$

$\frac{۲}{۳}$ شکل طرف چپ رنگ گردیده است و در شکل مقابل آن $\frac{۴}{۵}$ از این $\frac{۲}{۳}$ مشخص گردیده است.

طوری که دیده می‌شود، $\frac{۴}{۵}$ این $\frac{۲}{۳}$ مساوی با $\frac{۸}{۱۵}$ است؛ و یا:

$$\frac{۴}{۵} \times \frac{۲}{۳} = \frac{۸}{۱۵}$$

مثال اول: کسر $\frac{۳}{۴}$ در کسر $\frac{۲}{۵}$ چنین ضرب می گردد:

$$\frac{۳}{۴} \times \frac{۲}{۵} = \frac{۳ \times ۲}{۴ \times ۵} = \frac{۶}{۲۰}$$

مثال دوم: کسر $\frac{۲}{۵}$ درکسر $\frac{۴}{۹}$ چنین ضرب می گردد:

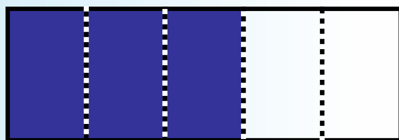
$$\frac{۲}{۵} \times \frac{۴}{۹} = \frac{۲ \times ۴}{۵ \times ۹} = \frac{۸}{۴۵}$$

از مثال‌های حل‌شدهٔ بالا می‌توانیم بنویسیم که:

$$\text{کسر} \times \text{کسر} = \frac{\text{صورت کسر دوم} \times \text{صورت کسر اول}}{\text{مخرج کسر دوم} \times \text{مخرج کسر اول}}$$

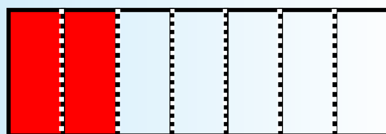
فعالیت ها

۱- در شکل زیر $\frac{۳}{۵}$ حصهٔ آن رنگ گردیده است، $\frac{۱}{۲}$ این $\frac{۳}{۵}$ را مشخص کنید و بگویید که $\frac{۱}{۲}$ حصهٔ شکل $\frac{۳}{۵}$ ، کدام کسری از شکل است.



$\frac{۱}{۲} \times \frac{۳}{۵} =$ ....

۲- در شکل زیر $\frac{۲}{۷}$ حصهٔ آن رنگ گردیده است، $\frac{۱}{۳}$ حصهٔ این $\frac{۲}{۷}$ را مشخص کرده و بگویید که $\frac{۱}{۳}$ حصهٔ شکل $\frac{۲}{۷}$ کدام کسری از شکل است.



$\frac{۱}{۳} \times \frac{۲}{۷} =$ ....

کار خانه‌گی

کسرهای زیر را ضرب کنید.

$\frac{۵}{۹} \times \frac{۳}{۸} =$ ، $\frac{۷}{۸} \times \frac{۴}{۶} =$ ، $\frac{۳}{۴} \times \frac{۵}{۶} =$

یادداشت

۱- هر عدد صحیح دارای مخرج (۱) است؛ طورمثال: (۱، ۲، ۳، ۴، ...) دارای مخرج (۱) می‌باشند و به شکل زیر آن‌ها را می‌توانیم بنویسیم:

$$\frac{۱}{۱} \text{،} \quad \frac{۲}{۱} \text{،} \quad \frac{۳}{۱} \text{،} \quad \frac{۴}{۱} \text{،} \quad ...$$

۲- معکوس (سرچپه) کردن: نوشتن صورت به جای مخرج و مخرج به جای صورت کسر را معکوس (سرچپه) می‌گویند.

طورمثال: معکوس $\frac{۲}{۳}$ ، $\frac{۴}{۷}$ ، $\frac{۹}{۸}$ ، ۲ ، ۴ ، ۷

عبارت است از: $\frac{۳}{۲}$ ، $\frac{۷}{۴}$ ، $\frac{۸}{۹}$ ، $\frac{۱}{۲}$ ، $\frac{۱}{۴}$ ، $\frac{۱}{۷}$

۳- اگر حاصل ضرب دو کسر (۱) باشد، می‌گوییم هر یک از کسرها معکوس یکدیگر اند، طور مثال: عدد ۶ معکوس $\frac{۱}{۶}$ و $\frac{۱}{۶}$ معکوس عدد ۶ است؛ همچنان $\frac{۳}{۴}$ معکوس $\frac{۴}{۳}$ و $\frac{۴}{۳}$ معکوس $\frac{۳}{۴}$ است، زیرا:

$$\frac{۱}{۶} \times ۶ = \frac{۶}{۶} = ۱ \qquad ۶ \times \frac{۱}{۶} = \frac{۶}{۶} = ۶$$

$$\frac{۴}{۳} \times \frac{۳}{۴} = \frac{۱۲}{۱۲} = ۱ \qquad \frac{۳}{۴} \times \frac{۴}{۳} = \frac{۱۲}{۱۲} = ۱$$

۴- در ضرب کردن کسرها، می‌توان اول کسرها را توسط اختصار، ساده نمود و بعد از آن عملیهٔ ضرب را انجام داد.

مثال‌ها:

$$\frac{3}{9}\times\frac{4}{16}=\frac{\overset{1}{\cancel{3}}}{\underset{3}{\cancel{9}}}\times\frac{\overset{1}{\cancel{4}}}{\underset{4}{\cancel{16}}}=\frac{1}{3}\times\frac{1}{4}=\frac{1\times1}{3\times4}=\frac{1}{12}$$

$$\frac{5}{25}\times\frac{7}{9}=\frac{\overset{1}{\cancel{5}}}{\underset{5}{\cancel{25}}}\times\frac{7}{9}=\frac{1}{5}\times\frac{7}{9}=\frac{1\times7}{5\times9}=\frac{7}{45}$$

همچنین در ضرب کسرها، می‌توانیم صورت یک کسر را با مخرج هر کسر دیگر اختصار نماییم و بعد آن‌ها را با هم ضرب کنیم.

مثال‌ها:

$$\frac{8}{27}\times\frac{9}{40}=\frac{\overset{1}{\cancel{8}}}{\underset{3}{\cancel{27}}}\times\frac{\overset{1}{\cancel{9}}}{\underset{5}{\cancel{40}}}=\frac{1}{3}\times\frac{1}{5}=\frac{1\times1}{3\times5}=\frac{1}{15}$$

$$\frac{12}{45}\times\frac{7}{72}=\frac{\overset{1}{\cancel{12}}}{45}\times\frac{7}{\underset{6}{\cancel{72}}}=\frac{1}{45}\times\frac{7}{6}=\frac{1\times7}{45\times6}=\frac{7}{270}$$

۵- در ضرب کسرها، اگر جاهای کسرها تبدیل شود درحاصل ضرب کسر، تغییر رخ نمی‌دهد، این خاصیت را به نام خاصیت تبدیلی عملیهٔ ضرب کسرها می‌نامند.

مثال:

$$\frac{7}{9}\times\frac{8}{11}=\frac{7\times8}{9\times11}=\frac{56}{99}$$

یا:

$$\frac{8}{11}\times\frac{7}{9}=\frac{8\times7}{11\times9}=\frac{56}{99}$$

۶- خاصیت اتحادی نیز در عملیهٔ ضرب کسرها مانند دیگر اعداد صدق می کند.

مثال:

$$\frac{۳}{۴}\times\frac{۱}{۵}\times\frac{۷}{۸}=\frac{۳}{۴}\times(\frac{۱}{۵}\times\frac{۷}{۸})=\frac{۳}{۴}\times\frac{۷}{۴۰}=\frac{۲۱}{۱۶۰}$$

یا:

$$\frac{۳}{۴}\times\frac{۱}{۵}\times\frac{۷}{۸}=(\frac{۳}{۴}\times\frac{۱}{۵})\times\frac{۷}{۸}=\frac{۳}{۲۰}\times\frac{۷}{۸}=\frac{۲۱}{۱۶۰}$$

یا:

$$\frac{۳}{۴}\times\frac{۱}{۵}\times\frac{۷}{۸}=(\frac{۳}{۴}\times\frac{۷}{۸})\times\frac{۱}{۵}=\frac{۲۱}{۳۲}\times\frac{۱}{۵}=\frac{۲۱}{۱۶۰}$$

دیده می‌شود که کسرهای $\frac{۳}{۴}$، $\frac{۱}{۵}$ و $\frac{۷}{۸}$ به سه شکل با هم ضرب شده و حاصل ضرب آن‌ها با هم مساوی است؛ پس می‌توان گفت که عملیهٔ ضرب کسرها خاصیت اتحادی را صدق می کند.

ضرب کسرهای مخلوط



- ضرب کسرهای دارای عدد صحیح با ضرب کسرهای بدون عدد صحیح چی تفاوت دارد؟
- آیا در ضرب کسرهای دارای عدد صحیح، اعداد را با هم و کسرها را با هم به صورت جداگانه ضرب نموده می‌توانیم؟

در ضرب کسرهای مخلوط، ابتدا شکل کسر مخلوط را به شکل کسری تبدیل نموده، بعد از آن عملیهٔ ضرب را انجام می‌دهیم.

به مثال‌های زیر توجه کنید.

۱ـ $$۲\frac{۳}{۴}\times ۱\frac{۲}{۵}=\frac{۱۱}{۴}\times\frac{۷}{۵}=\frac{۱۱\times ۷}{۴\times ۵}=\frac{۷۷}{۲۰}=۳\frac{۱۷}{۲۰}$$

۲ـ $$\frac{۵}{۶}\times ۳\frac{۷}{۸}=\frac{۵}{۶}\times\frac{۳۱}{۸}=\frac{۵\times ۳۱}{۶\times ۸}=\frac{۱۵۵}{۴۸}=۳\frac{۱۱}{۴۸}$$

۳ـ $$۱۲\times ۶\frac{۱۱}{۱۳}=\frac{۱۲}{۱}\times ۶\frac{۱۱}{۱۳}=\frac{۱۲}{۱}\times\frac{۸۹}{۱۳}=\frac{۱۲\times ۸۹}{۱\times ۱۳}=\frac{۱۰۶۸}{۱۳}=۸۲\frac{۲}{۱۳}$$

۴ـ اگر یک نفر به طور اوسط در یک ساعت $۳\frac{۳}{۴}$ کیلومتر مسافت را طی کند، معلوم کنید در $\frac{۱}{۲}$ ساعت چند کیلومتر مسافت را طی می کند.

حل:

$$۳\frac{۳}{۴}\times\frac{۱}{۲}=\frac{۱۵}{۴}\times\frac{۱}{۲}=\frac{۱۵\times ۱}{۴\times ۲}=\frac{۱۵}{۸}=۱\frac{۷}{۸}$$

پس در $\frac{۱}{۲}$ ساعت، $۱\frac{۷}{۸}$ کیلومتر مسافت را طی می کند.

۵ـ $\frac{۲}{۳}$ حصهٔ وزن بدن انسان را آب تشکیل داده است، در صورتی که وزن بدن یک‌نفر $۶۴\frac{۲}{۷}$ کیلوگرام باشد، وزن آب در بدن او چند کیلوگرام خواهد بود؟

حل:

$$\frac{۲}{۳}\times ۶۴\frac{۲}{۷}=\frac{۲}{۳}\times\frac{۴۵۰}{۷}=\frac{۲\times ۴۵۰}{۳\times ۷}=\frac{\overset{۳۰۰}{\cancel{۹۰۰}}}{\underset{۷}{\cancel{۲۱}}}=\frac{۳۰۰}{۷}=۴۲\frac{۶}{۷}$$

فعالیت

۱- کسرهای زیر را با هم ضرب نمایید.

$$۴ \times ۲\frac{۱}{۳} = \quad ، \quad ۳\frac{۲}{۴} \times ۱\frac{۳}{۵} =$$

۲- اگر قیمت یک عدد پنسل $\frac{۱}{۲}$ ۳ افغانی باشد، قیمت ۸ عدد پنسل چند افغانی می‌شود؟



کار خانه‌گی

عمر فاطمه (۳۰) سال است و تا حال $\frac{۳}{۵}$ حصهٔ عمر خود را صرف تحصیل نموده است، معلوم کنید که چند سال از عمر خود را صرف تحصیل نموده است.



تمرین

۱- کسرهای زیر را اول اختصار کرده، بعد با هم ضرب نمایید.

$$\frac{۲}{۳} \times \frac{۲}{۳} \times \frac{۸}{۱۴} \quad ، \quad \frac{۳}{۲} \times \frac{۵}{۲} \quad ، \quad \frac{۷}{۲} \times \frac{۵}{۲} \quad ، \quad \frac{۴}{۵} \times \frac{۷}{۳}$$

$$\frac{۷}{۳} \times \frac{۵}{۶} \times \frac{۳}{۸} \quad ، \quad \frac{۱۴}{۱۷} \times \frac{۳۴}{۳۰} \quad ، \quad \frac{۸}{۴} \times \frac{۱۰}{۱۲} \quad ، \quad \frac{۵}{۴} \times \frac{۴}{۵}$$

۲- حاصل ضرب کسرهای زیر را معلوم کنید.

$\frac{۶}{۷} \times ۳\frac{۷}{۸} = ?$ ، $\frac{۳}{۴} \times \frac{۷}{۸} = ?$ ، $\frac{۷}{۸} \times \frac{۳}{۴} = ?$ ، $۳\frac{۷}{۸} \times \frac{۶}{۷} = ?$

$\frac{۱۷}{۱۸} \times \frac{۹}{۱۱} = ?$ ، $\frac{۴}{۹} \times ۲ = ?$ ، $۲ \times \frac{۴}{۹} = ?$ ، $\frac{۹}{۱۱} \times \frac{۱۷}{۱۸} = ?$

۳- در خالیگاه‌های زیر عدد مناسب آن را بنویسید.

$\frac{۳}{۴} \times \frac{۱}{۳} = \square \times \frac{۱}{۴} \times \frac{۱}{۳}$

$\frac{۱}{۸} \times \frac{۵}{۴} = \frac{۱}{۸} \times \square \times \frac{۱}{۴}$

$\frac{۸}{۶} \times \frac{۳}{۲} = \square \times \frac{۱}{۶} \times \square \times \frac{۱}{۲}$

$\frac{۴}{۹} \times \frac{۷}{۱۳} = \square \times \frac{۱}{۱۹} \times \square \times \frac{۱}{۱۳}$

۴- نظر به خاصیت اتحادی عملیهٔ ضرب، سؤال‌های زیر را حل کنید.

$\frac{۲}{۵} \times \frac{۴}{۷} \times \frac{۲}{۱۲} = ?$ ، $\frac{۱}{۸} \times \frac{۳}{۴} \times \frac{۷}{۱۳} = ?$

$\frac{۴}{۵} \times \frac{۱}{۶} \times \frac{۷}{۸} = ?$ ، $\frac{۳}{۸} \times \frac{۵}{۷} \times \frac{۳}{۱۳} = ?$

$\frac{۱۲}{۱۵} \times \frac{۱}{۳} \times \frac{۲}{۴} = ?$ ، $\frac{۳}{۷} \times \frac{۶}{۷} \times \frac{۴}{۱۱} = ?$

۵- کسرهای زیر را با هم ضرب نمایید.

$۷\frac{۱}{۲} \times ۲\frac{۲}{۳} = ?$ ، $۴\frac{۱}{۶} \times \frac{۶}{۲۰} = ?$ ، $۵\frac{۳}{۴} \times ۲\frac{۳}{۱۰} = ?$

$۳\frac{۴}{۵} \times ۱\frac{۷}{۸} \times ۵۰ = ?$ ، $۴\frac{۱}{۲} \times ۲\frac{۱}{۳} \times \frac{۱}{۲} = ?$ ، $۲۰\frac{۵}{۷} \times ۱۱\frac{۳}{۸} = ?$

۶- یک تاجر ۱۰۰ قوطی روغن خریده و $\frac{۴}{۵}$ حصهٔ آن را فروخته است، معلوم کنید که چند قوطی روغن را فروخته است.

۷- فاصله بین خانهٔ توریالی و مکتب $۶\frac{۴}{۵}$ کیلومتر است، اگر توریالی بعد از (۲۰) دقیقه $\frac{۵}{۱۷}$ حصهٔ این فاصله را طی نموده باشد، معلوم کنید که چند کیلومتر راه را طی کرده است.

۸- یک نجار از تخته چوبی که مساحت آن ۹۰۰۰ متر مربع بود، ۱۳ میز ساخت؛ بعد از ساختن میزها $\frac{۱}{۹}$ حصهٔ تخته باقی ماند، معلوم کنید که چند متر مربع تخته چوب باقی مانده است.

۹- شخصی ۷۲۰ کیلوگرام گندم داشت، $\frac{۵}{۹}$ حصهٔ آن را به شریف داد و شریف $\frac{۳}{۴}$ حصهٔ گندم خود را به نذیر داد، معلوم کنید که به نذیر چند کیلوگرام گندم رسیده است.

تقسیم کسرها

تقسیم کسر بر عدد صحیح و تقسیم عدد صحیح بر کسر

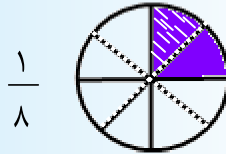
• حاصل ضرب $(\frac{۱}{۲} \times ۴)$ را با کسر $\frac{۴}{۲}$ مقایسه کنید.

• حاصل‌های $(۴ \div ۲)$ و $\frac{۱}{۲} \times ۴$ را با هم مقایسه کنید.

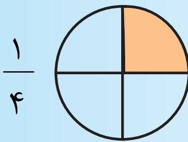
الف: تقسیم کسر بر عدد صحیح

به اشکال زیر متوجه شوید.

۱-



$\frac{۱}{۸}$



$\frac{۱}{۴}$

دیده می‌شود که $\frac{۱}{۴}$ حصهٔ شکل به دو حصهٔ مساوی تقسیم گردیده است و یک حصهٔ آن خط‌خط شده است، یعنی $\frac{۱}{۸}$ حصهٔ تمام شکل خط‌خط شده است.

یا:

$$\frac{۱}{۴} \div \frac{۲}{۱} = \frac{۱}{۸} \quad \text{یا} \quad \frac{۱}{۴} \div ۲ = \frac{۱}{۸}$$

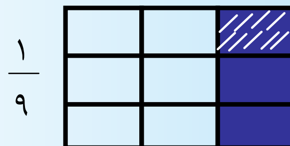
از طرف دیگر می‌دانیم که:

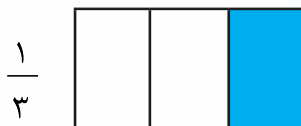
$$\frac{۱}{۴} \times \frac{۱}{۲} = \frac{۱}{۸}$$

بنابرآن:

$$\frac{۱}{۴} \div ۲ = \frac{۱}{۴} \times \frac{۱}{۲} = \frac{۱}{۸}$$

۲- در شکل زیر $\frac{۱}{۳}$ حصهٔ شکل به سه حصهٔ مساوی تقسیم و یک حصهٔ آن خط زده شده است، یعنی $\frac{۱}{۹}$ حصهٔ تمام شکل خط زده شده است.

$\frac{۱}{۹}$ 

$\frac{۱}{۳}$ 

یا

$$\frac{۱}{۳} \div ۳ = \frac{۱}{۹}$$

از طرف دیگر می‌دانیم که:

$$\frac{۱}{۳} \times \frac{۱}{۳} = \frac{۱}{۹}$$

بنابر آن:

$$\frac{۱}{۳} \div ۳ = \frac{۱}{۳} \times \frac{۱}{۳} = \frac{۱}{۹}$$

مثال‌ها:

معکوس یکدیگر

$$\frac{۱}{۵} \div ۲ = \frac{۱}{۵} \div \frac{۲}{۱} = \frac{۱}{۵} \times \frac{۱}{۲} = \frac{۱ \times ۱}{۵ \times ۲} = \frac{۱}{۱۰}$$

$$\frac{۱}{۳} \div ۴ = \frac{۱}{۳} \div \frac{۴}{۱} = \frac{۱}{۳} \times \frac{۱}{۴} = \frac{۱ \times ۱}{۳ \times ۴} = \frac{۱}{۱۲}$$

معکوس یکدیگر

از حل مثال‌های بالا می‌توان نتیجهٔ زیر را نوشت:

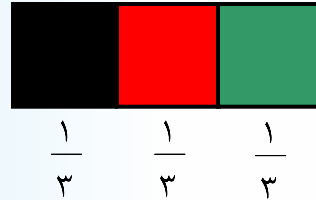
معکوس عدد صحیح × کسر = عدد صحیح ÷ کسر

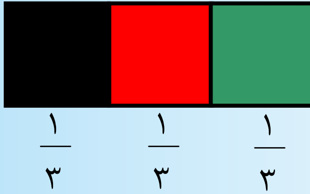


ب: تقسیم عدد صحیح بر کسر

به اشکال زیر متوجه شوید.

۱-





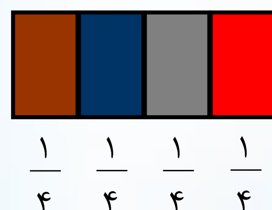
در اشکال بالا دیده می‌شود که در ۲ شکل کسر $\frac{۱}{۳}$ ، ۶ بار شامل است.

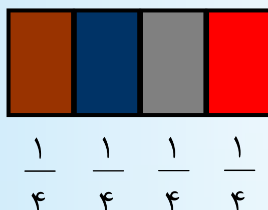
سپس می‌توانیم بنویسیم که: $۲ \div \frac{۱}{۳} = ۶$

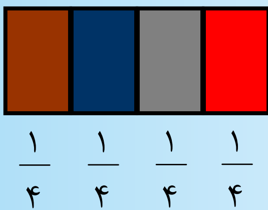
از طرف دیگر می‌دانیم که: $۲ \times \frac{۳}{۱} = ۶$

بنابرآن: $۲ \div \frac{۱}{۳} = ۲ \times \frac{۳}{۱} = ۶$

۲-







طوری که در شکال بالا دیده می‌شود کسر $\frac{۱}{۴}$ در ۳ شکل، ۱۲ بار شامل است.

یا :

$$۳ \div \frac{۱}{۴} = ۱۲$$

از طرف دیگر:

$$۳ \times \frac{۴}{۱} = ۱۲$$

بنابر آن:

$$۳ \div \frac{۱}{۴} = ۳ \times \frac{۴}{۱} = ۱۲$$

مثال‌ها

۱- چند مرتبه $\frac{۲}{۳}$ در ۵ شامل است؟

حل:

$$۵ \div \frac{۲}{۳} = \frac{۵}{۱} \div \frac{۲}{۳} = \frac{۵}{۱} \times \frac{۳}{۲} = \frac{۵ \times ۳}{۱ \times ۲} = \frac{۱۵}{۲} = ۷\frac{۱}{۲}$$

۲- چند مرتبه $\frac{۴}{۵}$ در ۹ شامل است ؟

حل:

$$۹ \div \frac{۴}{۵} = \frac{۹}{۱} \div \frac{۴}{۵} = \frac{۹}{۱} \times \frac{۵}{۴} = \frac{۹ \times ۵}{۱ \times ۴} = \frac{۴۵}{۴} = ۱۱\frac{۱}{۴}$$

از حل مثال‌های بالا می‌توان نتیجهٔ زیر را نوشت:

معکوس کسر × عدد صحیح = کسر ÷ عدد صحیح

فعالیت

تقسیم‌های زیر را انجام دهید.

$\frac{5}{6} \div 3 =$ ، $\frac{3}{4} \div 5 =$ ، $\frac{1}{6} \div 2 =$

$4 \div \frac{1}{4} =$ ، $8 \div \frac{5}{4} =$ ، $6 \div \frac{2}{3} =$



کار خانه‌گی

تقسیم‌های زیر را انجام دهید.

$22 \div \frac{6}{8} = ?$ ، $\frac{1}{6} \div 8 = ?$ ، $9 \div \frac{3}{4} = ?$ ، $\frac{1}{2} \div 7 = ?$



تمرین

تقسیم‌های زیر را انجام دهید.

$\frac{6}{7} \div 11 =$ ، $\frac{5}{6} \div 3 =$ ، $\frac{4}{9} \div 6 =$

$12 \div \frac{1}{6} =$ ، $3 \div \frac{1}{2} =$ ، $2 \div \frac{1}{5} =$

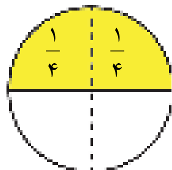
$18 \div \frac{2}{5} =$ ، $\frac{2}{3} \div 3 =$ ، $15 \div \frac{3}{4} =$

تقسیم کسر بر کسر



• تقسیم کسرها با ضرب کسرها چی تفاوت دارد؟

۱– به شکل مقابل متوجه شوید.



طوری که در شکل دیده می‌شود درکسر $\frac{۱}{۲}$ ، کسر $\frac{۱}{۴}$ دو بار شامل است.

$$\frac{۱}{۲} \div \frac{۱}{۴} = ۲$$

یا:

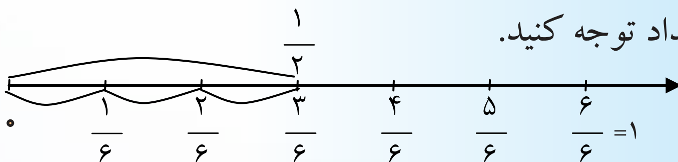
از طرف دیگر می‌دانیم که:

$$\frac{۱}{۲} \times \frac{۴}{۱} = \frac{۱ \times ۴}{۲ \times ۱} = \frac{\overset{۲}{\cancel{۴}}}{\underset{۱}{\cancel{۲}}} = ۲$$

بنابرآن:

$$\frac{۱}{۲} \div \frac{۱}{۴} = \frac{۱}{۲} \times \frac{۴}{۱} = \frac{۱ \times ۴}{۲ \times ۱} = \frac{۴}{۲} = ۲$$

۲– به محور اعداد توجه کنید.



طوری که در محور اعداد دیده می‌شود در کسر $\frac{۱}{۲}$ ، کسر $\frac{۱}{۶}$ سه بار شامل است، یعنی:

$$\frac{۱}{۲} \div \frac{۱}{۶} = ۳$$

از طرف دیگر:

$$\frac{۱}{۲} \times \frac{۶}{۱} = \frac{۱ \times ۶}{۲ \times ۱} = \frac{\overset{۳}{\cancel{۶}}}{\underset{۱}{\cancel{۲}}} = ۳$$

بنابرآن:

$$\frac{۱}{۲} \div \frac{۱}{۶} = \frac{۱}{۲} \times \frac{۶}{۱} = \frac{\overset{۳}{\cancel{۶}}}{\underset{۱}{\cancel{۲}}} = ۳$$

مثال‌ها

۱- چند مرتبه $\frac{1}{4}$ در $\frac{3}{4}$ شامل است؟

حل:

$$\frac{3}{4} \div \frac{1}{4} = \frac{3}{4} \times \frac{4}{1} = \frac{3 \times 4}{4 \times 1} = \frac{\overset{3}{\cancel{12}}}{\underset{1}{\cancel{4}}} = 3$$

۲- چند مرتبه $2\frac{1}{8}$ در $6\frac{3}{4}$ شامل است؟

$$6\frac{3}{4} \div 2\frac{1}{8} = \frac{27}{4} \div \frac{17}{8} = \frac{27}{\underset{1}{\cancel{4}}} \times \frac{\overset{2}{\cancel{8}}}{17} = \frac{27 \times 2}{1 \times 17} = \frac{54}{17} = 3\frac{3}{17}$$

۳- یک شخص $6\frac{1}{4}$ کیلومتر مسافت را در $2\frac{1}{2}$ ساعت طی کرده است، معلوم کنید که در یک ساعت چند کیلومتر را طی کرده است.

حل:

$$6\frac{1}{4} \div 2\frac{1}{2} = \frac{25}{4} \div \frac{5}{2} = \frac{\overset{5}{\cancel{25}}}{\underset{2}{\cancel{4}}} \times \frac{\overset{1}{\cancel{2}}}{\underset{1}{\cancel{5}}} = \frac{5 \times 1}{2 \times 1} = \frac{5}{2} = 2\frac{1}{2}$$

از حل مثال‌های بالا می‌توان نتیجهٔ زیر را نوشت:

معکوس کسر دوم × کسر اول = کسر دوم ÷ کسر اول

یا:

معکوس کسر مقسوم علیه × کسر مقسوم = کسر مقسوم علیه ÷ کسر مقسوم

یادداشت: مثال زیر را در نظر می‌گیریم.

$$۲۴ \div ۱۲ = ۲۴ \times \frac{۱}{۱۲} = \frac{۲۴}{۱} \times \frac{۱}{۱۲} = \frac{۲۴}{۱۲}$$

در این مثال دیده می‌شود که هر کسر، نشان دهندهٔ تقسیم صورت بر مخرج آن نیز است، یعنی: کسر $\frac{۷}{۴}$ معنای $۴ \div ۷$ و کسر $\frac{۳}{۸}$ معنای $۸ \div ۳$ را دارد.

فعالیت

۱ــ با استفاده از مثال‌های حل‌شدهٔ بالا تقسیم‌های زیر را انجام دهید.

$$\frac{۱۶}{۲۴} \div \frac{۳}{۵} = \quad ، \quad \frac{۸}{۹} \div \frac{۱۱}{۱۹} = \quad ، \quad \frac{۳}{۴} \div \frac{۵}{۶} =$$

۲ــ حاصل ضرب دو کسر $\frac{۱}{۴}$ است، اگر یک کسر آن $\frac{۳}{۸}$ باشد کسر دومی آن کدام است؟



کار خانه‌گی

کسرهای زیر را تقسیم کنید.

$$۲\frac{۱}{۲} \div \frac{۱}{۲} = ? \qquad \frac{۳}{۴} \div \frac{۵}{۶} = ?$$

- یک قوطی $۴\frac{۱}{۲}$ کیلوگرام بوره می‌گیرد، برای $۱۳\frac{۱}{۲}$ کیلوگرام بوره چند قوطی ضرورت است؟



تمرین

۱- در سؤال‌های زیر عدد صحیح را تقسیم کسر نمایید.

$۵۸ \div \frac{۱}{۵۰}$ ، $۱۶ \div \frac{۸}{۳۲}$ ، $۹ \div \frac{۲}{۱۸}$ ، $۵ \div \frac{۱}{۷}$

۲- در سؤال‌های زیر کسر را تقسیم عدد صحیح نمایید.

$\frac{۳۲}{۳۳} \div ۶۲$ ، $\frac{۲۴}{۳۶} \div ۱۲$ ، $\frac{۳}{۳۴} \div ۹$ ، $\frac{۱۲}{۱۱} \div ۸$

$\frac{۱۱}{۴۵} \div ۵۶$ ، $\frac{۲۴۸}{۱۲۴} \div ۱۲۴$ ، $\frac{۴۴}{۹} \div ۴۴$ ، $\frac{۷}{۲۵} \div ۷$

۳- کسرهای زیر را تقسیم نمایید.

$\frac{۵}{۶} \div \frac{۷}{۹}$ ، $\frac{۲۰}{۱۹} \div \frac{۴۰}{۱۹}$ ، $\frac{۱۳}{۹} \div \frac{۳}{۳۶}$

$۱\frac{۷}{۱۶} \div \frac{۴۹}{۸}$ ، $۱\frac{۵}{۶} \div \frac{۲}{۷}$ ، $\frac{۷}{۱۶} \div \frac{۴۹}{۸}$

۴- سؤال‌های زیر را به کمک اشکال حل کنید.

ـ چند مرتبه کسر $\frac{۱}{۲}$ در عدد ۳ شامل است؟

ـ چند مرتبه کسر $\frac{۱}{۹}$ در عدد ۲ شامل است؟

ـ چند مرتبه کسر $\frac{۱}{۸}$ در کسر $\frac{۱}{۶}$ شامل است؟

ـ چند مرتبه کسر $\frac{1}{4}$ در کسر $3\frac{1}{2}$ شامل است؟

ـ چند مرتبه کسر $\frac{1}{3}$ در کسر $2\frac{2}{3}$ شامل است؟

۵- از ۶ قرص نان چند پارچهٔ $\frac{1}{2}$ ساخته می‌شود؟

۶- عارفه نیم دانه کیک داشت و آن را برای ۴ برادر خود تقسیم نمود، معلوم کنید که هر کدام چقدر کیک گرفته اند.

۷- طول یک ریسمان $6\frac{4}{5}$ متر است، اگر آن را به ۶ حصهٔ مساوی تقسیم کنیم، طول هر حصه چقدر خواهد بود؟

۸- اگر قیمت $4\frac{1}{2}$ سیر گندم ۹۰۰ افغانی باشد، قیمت یک سیر آن چند افغانی می‌شود؟

۹- قیمت یک کیلوگرام انگور $10\frac{1}{2}$ افغانی است؛ با $94\frac{1}{2}$ افغانی چند کیلوگرام انگور می‌توان خرید؟

۱۰- حبیبه $7\frac{1}{2}$ متر تکه دارد؛ او برای ساختن یک جوره لباس $2\frac{1}{2}$ متر تکه ضرورت دارد؛ معلوم کنید که حبیبه از تکهٔ مذکور چند جوره لباس ساخته می‌تواند.

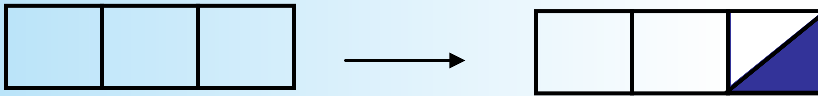
کسرالکسر



• اگر صورت یا مخرج کسر و یا هر دوی آن‌ها خود کسرها باشند، این نوع کسرها به کدام نام یاد می‌شوند؟

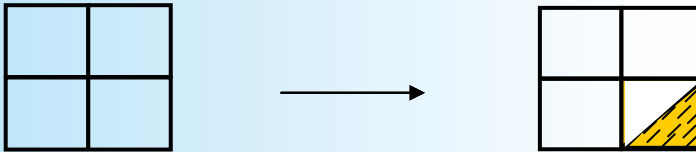
به اشکال مثال‌های زیر متوجه شوید.

مثال اول:



$$\frac{\frac{1}{3}}{2}$$

مثال دوم:



$$\frac{\frac{1}{4}}{2}$$

ـــ در مثال اول دیده می‌شود که یک مستطیل به سه حصهٔ مساوی تقسیم گردیده؛ بعد نصف یک حصهٔ آن رنگ شده و حصهٔ رنگ‌شده به کسر چنین نشان داده شده است:

$$\frac{\frac{1}{3}}{2}$$

ـــ در مثال دوم دیده می‌شود که یک مربع به چهار حصهٔ مساوی تقسیم گردیده؛ بعد $\frac{1}{4}$ حصهٔ آن به دو حصهٔ مساوی تقسیم و یک

حصهٔ آن رنگ‌شده است که حصهٔ رنگ‌شده به کسر چنین نشان داده می‌شود: $\frac{\frac{1}{4}}{2}$

در کسر $\frac{\frac{1}{4}}{2}$، صورت $(\frac{1}{4})$، یک کسر است و مخرج آن (۲) که آن را به شکل $(\frac{2}{1})$ نوشته می‌توانیم که یک کسرالکسر را تشکیل می‌دهد، مانند کسرالکسرهای زیر.

$$\frac{\frac{5}{6}}{\frac{3}{8}} \quad ، \quad \frac{\frac{9}{11}}{\frac{4}{1}} \quad ، \quad \frac{\frac{3}{5}}{\frac{4}{7}} \quad ، \quad \frac{\frac{1}{2}}{\frac{2}{3}}$$

تبدیل کسرالکسر به کسر ساده

به مثال زیر توجه کنید.

۱- کسرالکسر $\frac{\frac{1}{2}}{\frac{3}{4}}$ به کسر ساده طور زیر تبدیل می گردد.

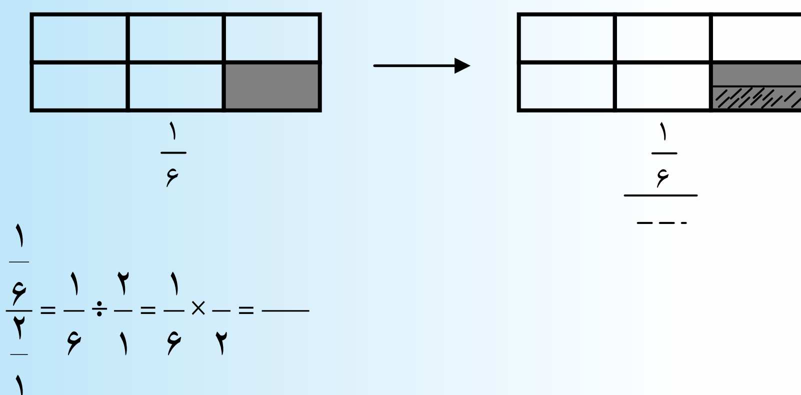
حل:

$$\frac{\frac{1}{2}}{\frac{3}{4}} = \frac{1}{2} \div \frac{3}{4} = \frac{1}{2} \times \frac{4}{3} = \frac{1 \times 4}{2 \times 3} = \frac{\cancel{4}^{2}}{\cancel{6}_{3}} = \frac{2}{3}$$

برای ساده ساختن کسرالکسر، کسر صورت را به کسر مخرج تقسیم می‌نماییم و با استفاده از عملیهٔ تقسیم یک کسر به کسر دیگر، مقسوم علیه را معکوس و علامت تقسیم را به ضرب تبدیل و بعد از اختصار، صورت ضرب در صورت و مخرج ضرب در مخرج شده، در نتیجه کسرالکسر به شکل ساده حاصل می‌شود.

فعالیت

۱- مستطیل زیر به ۶ حصهٔ مساوی تقسیم شده و $\frac{۱}{۶}$ حصهٔ آن سیاه گردیده است؛ بعد همان $\frac{۱}{۶}$ حصه به دو قسمت مساوی تقسیم گردیده است. با در نظرداشت این تقسیمات در جاهای خالی زیر اعداد مناسب را بنویسید.



$$\frac{\frac{۱}{۶}}{\frac{۲}{۱}} = \frac{۱}{۶} \div \frac{۲}{۱} = \frac{۱}{۶} \times \frac{\ }{۲} = \underline{\qquad}$$

۲ – با در نظرداشت تبدیل کسرالکسر به کسر ساده، در جاهای خالی کسرهای زیر اعداد مناسب را بنویسید.

$$\frac{\frac{۷}{۸}}{\frac{۷}{۹}} = \frac{۷}{\ } \div \underline{\qquad} = \underline{\qquad} \times \underline{\qquad} = \underline{\qquad}$$

$$\frac{\frac{۱۰}{۱۲}}{\frac{۴}{۱۴}} = \frac{۱۰}{۱۲} \div \underline{\qquad} = \underline{\qquad} \times \frac{۱۴}{\ } = \frac{۱۰ \times \qquad}{۱۲ \times \qquad} = \frac{۱۴۰}{\ } = ۲\underline{\qquad}$$



کار خانه گی

کسرالکسرهای زیر را ساده سازید.

$\frac{\frac{۱۲}{۱۴}}{\frac{۶}{۱۸}}=$ ، $\frac{\frac{۲۵}{۳۰}}{\frac{۵}{۱۵}}=$ ، $\frac{\frac{۵}{۶}}{\frac{۲}{۵}}=$



تمرین

کسرالکسرهای زیر را ساده سازید:

$\frac{\frac{۸}{۹}}{\frac{۲}{۳}}=$ ، $\frac{\frac{۲۰}{۲۲}}{\frac{۱۰}{۱۱}}=$ ، $\frac{\frac{۱۲}{۱۳}}{\frac{۶}{۱۳}}=$

$\frac{\frac{۹۰۰}{۱۰۰۰}}{\frac{۳۰۰}{۵۰۰}}=$ ، $\frac{\frac{۱۱۵}{۱۲۰}}{\frac{۴۵}{۶}}=$ ، $\frac{\frac{۴۸}{۵۰}}{\frac{۸}{۱۰}}=$

$\frac{\frac{۴}{۱۲}}{\frac{۵}{۶}}=$ ، $\frac{\frac{۲}{۳}}{\frac{۳}{۵}}=$ ، $\frac{\frac{۳}{۷}}{\frac{۱۲}{۱۴}}=$